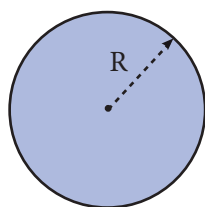




ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

Círculo

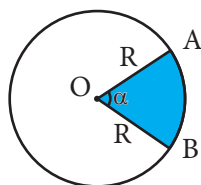
Se denomina círculo a la región interior del plano limitada por una circunferencia.



$$A = \pi R^2$$

Sector circular

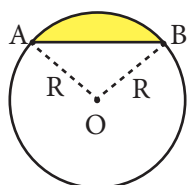
Es la parte del círculo comprendida entre dos radios y el arco comprendido. (O: centro).



$$A_{\text{Sector circular}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ}$$

Segmento circular

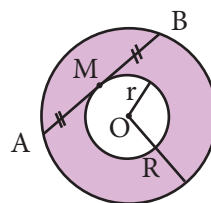
Es la porción del círculo comprendida entre la cuerda y el arco que subtiende.



$$A_{\text{Segmento circular}} = A_{\text{Sector}} - A_{\Delta AOB}$$

Corona circular

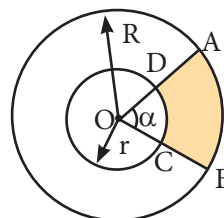
Es la porción del plano limitada por dos circunferencias concéntricas. (O: centro y M: Punto de tangencia)



$$A_{\text{Corona circular}} = \pi(R^2 - r^2) = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

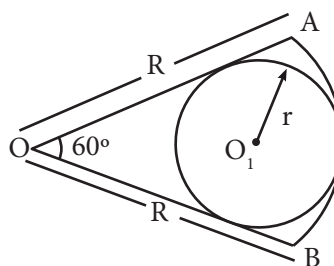
Trapezio circular

Es la porción del plano limitada por dos circunferencias concéntricas y dos radios. (O: centro).



$$A_{\text{Trapezio circular}} = \frac{\pi \alpha (R^2 - r^2)}{360^\circ}$$

Advertencia pre



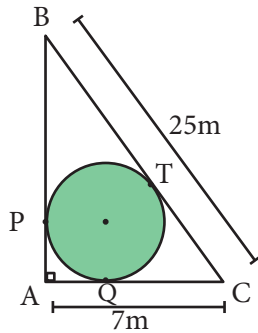
Sea AOB un sector circular, se cumple:

$$r = \frac{R}{3}$$

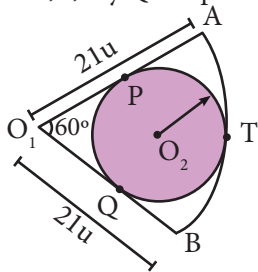
Trabajando en clase

Integral

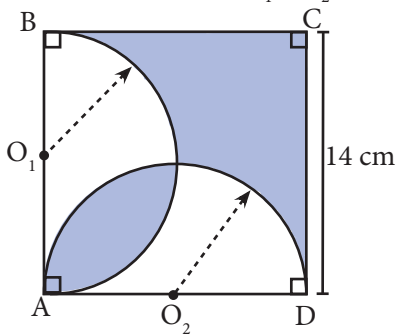
1. Calcula el área de la región circular si P, T y Q son puntos de tangencia.



2. Calcula el área de la región circular, si O_1 y O_2 son centros; además, P, T y Q son puntos de tangencia.

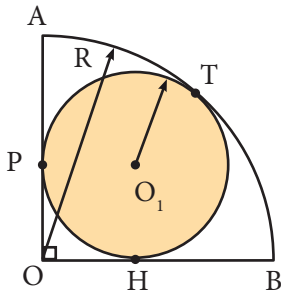


3. Calcula el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado, además O_1 y O_2 son centros.



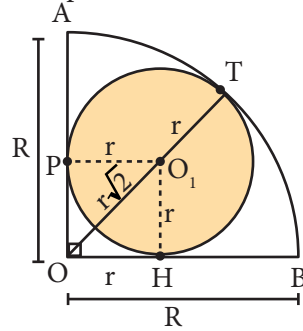
PUCP

4. Calcula el área de la región circular si $R = 2(\sqrt{2} + 1)u$. P, T y H son puntos de tangencia; además O y O_1 son centros.



Resolución:

Sea «r» radio, piden $S = \pi r^2 \dots (1)$



Trazamos $O_1H = O_1P = r$

Luego: $OO_1 = r\sqrt{2}$ y $O_1T = r$

Finalmente: $R = r\sqrt{2} + r = r(\sqrt{2} + 1)$

Dato: $R = 2(\sqrt{2} + 1)u$

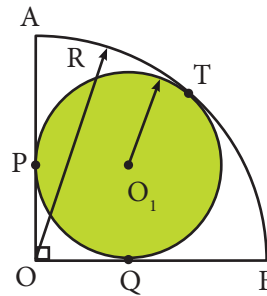
$\Rightarrow 2(\sqrt{2} + 1) = r(\sqrt{2} + 1)$

$\therefore r = 2u$

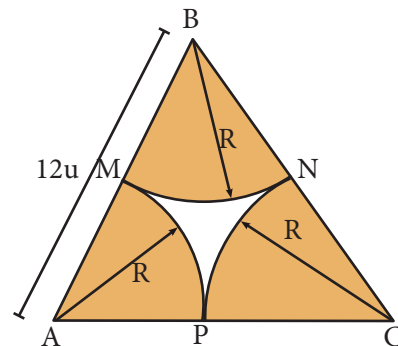
Reemplazando en (1)

$S = \pi 2^2 = 4\pi u^2$

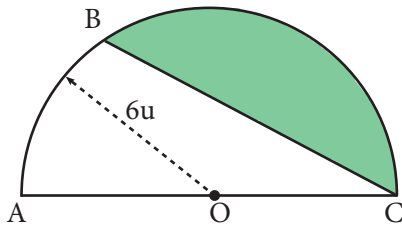
5. Calcula el área de la región circular, si $R = 6\sqrt{2}u + 6u$, O_1 y O son centros. (P, T y Q: puntos de tangencia).



6. Calcula el área de la región sombreada si ABC es un triángulo equilátero y A, B, C son centros.

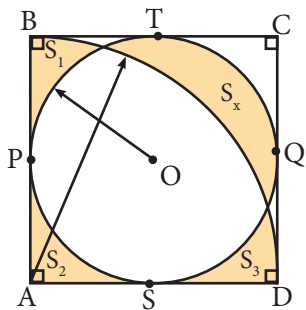


7. Calcula el área de la región sombreada, si $m\widehat{AB} = 60^\circ$ y «O» es centro.



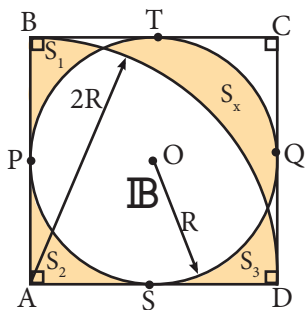
UNMSM

8. Calcula el área « S_x », si: $S_1 + S_2 + S_3 = 200 \text{ cm}^2$, ABCD es un cuadrado; P, T, Q y S son puntos de tangencia (S_1 ; S_2 y S_3 : áreas)



Resolución:

Sea «R» el radio



De la figura:

$$IB + S_x = \pi R^2 \dots (1)$$

$$IB + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{\pi(2R)^2}{4} = \pi R^2 \dots (2)$$

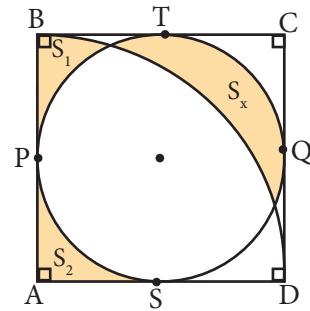
Igualando:

$$IB + S_x = IB + S_1 + S_2 + S_3$$

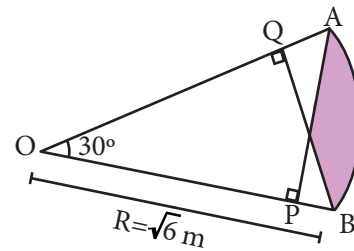
$$\rightarrow S_x = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\therefore S_x = 200 \text{ cm}^2$$

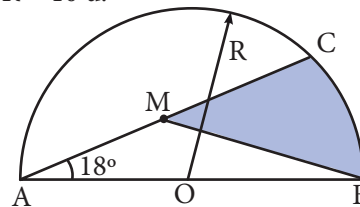
9. Calcula el área « S_1 », si: $S_2 = 10 \text{ m}^2$; $S_x = 20 \text{ m}^2$, ABCD es un cuadrado; además; P, T, Q, S son puntos de tangencia.



10. Calcula el área de la región sombreada, si AOB es un sector circular.

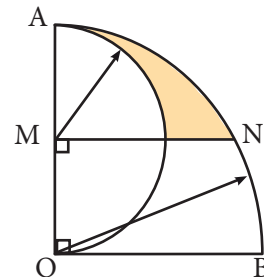


11. Calcula el área de la región sombreada, si $AM = MC$ y $R = 10 \text{ u}$.

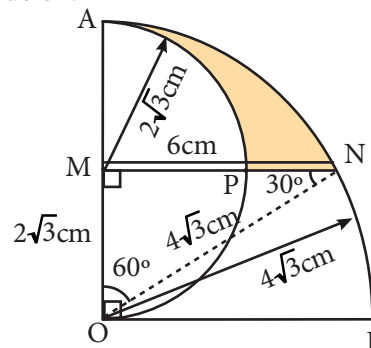


UNI

12. Calcula el área de la región sombreada, si $AM = OM = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.



Resolución:



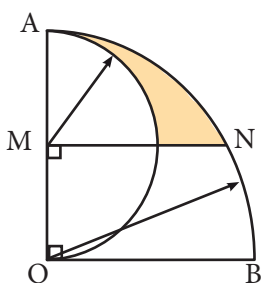
Trazamos \overline{ON} , entonces:

$$S = S_{\triangle AON} - S_{\triangle AMP} - S_{\triangle MNP}$$

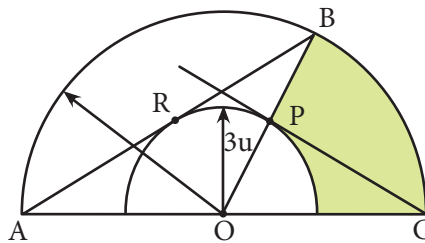
$$S = \frac{\pi(9\sqrt{3})^2 \cdot 60}{360} - \frac{\pi(2\sqrt{3})^2}{4} - \frac{2\sqrt{3} \times 6}{2}$$

$$S = 8\pi - 3\pi - 6\sqrt{3} = (5\pi - 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

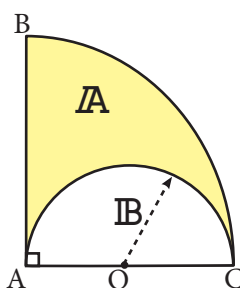
13. Calcula el área de la región sombreada, si: $AM = OM = 6\sqrt{3} \cdot u$



14. Calcula el área de la región sombreada, si P y Q son puntos de tangencia y O es centro.



Recuerda



Sea BAC un cuadrante:

$$\Rightarrow \boxed{A = B}$$

Donde: A y B son áreas