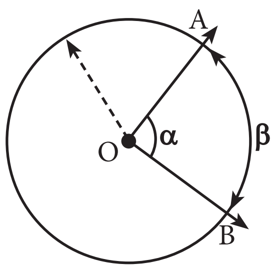
ÁNGULOS Y LÍNEAS EN LA CIRCUNFERENCIA

I. ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

Tenemos ángulos asociados a la circunferencia, en este caso se ha definido una relación entre la medida del ángulo y la del arco con la cual está asociado. Además, los ángulos serán nombrados dependiendo de su ubicación, como los que se muestran a continuación:

1. Ángulo central

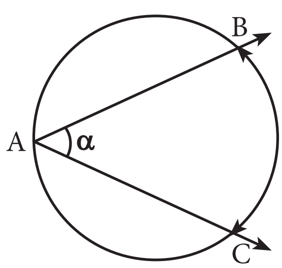
Es el ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia, sus lados son dos radios y su medida es igual a la del arco que determinan sus lados. Según la figura, O es el centro, entonces AOB es un ángulo central, luego, tenemos: $\boxed{\alpha = \beta}$.



2. Ángulo inscrito

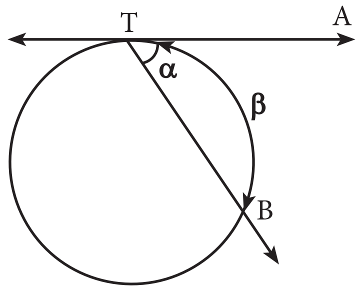
Es aquel cuyo vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son dos cuerdas. La medida del arco determinado por sus lados es igual al doble del ángulo.

En la figura, BAC es un ángulo inscrito, entonces tenemos: $\boxed{\beta = 2\alpha}$.



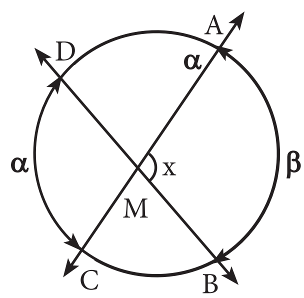
3. Ángulo semiinscrito

Es aquel que tiene por vértice un punto de las circunferencia, sus lados son una tangente y una secante hacia la circunferencia. La medida del arco que determina sus lados es igual al doble de la medida del ángulo. Según la figura, ATB es un ángulo semiinscrito; luego $\boxed{\beta = 2\alpha}$.



4. Ángulo interior

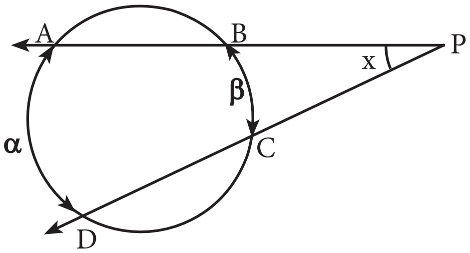
Es determinado por dos rectas secantes a una circunferencia, y se cortan en un punto de la región interior. La medida del ángulo interior es igual a la semisuma de las medidas de los arcos determinados entre los lados del ángulo. Según la figura, AMB es un ángulo interior, entonces $\boxed{x = \dfrac{\alpha + \beta}{2}}$.



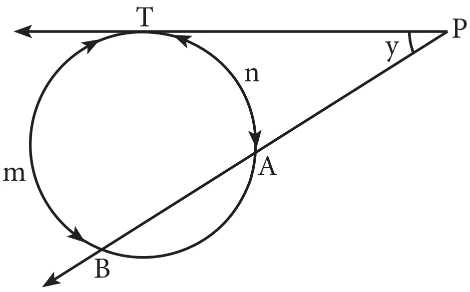
5. Ángulo exterior

Es aquel cuyo vértice está ubicado fuera de la circunferencia y sus lados pueden ser dos rectas secantes, dos tangentes o una secante y una tangente. La medida del ángulo exterior es igual a la semidiferencia de las medidas de los arcos comprendidos entre sus lados.

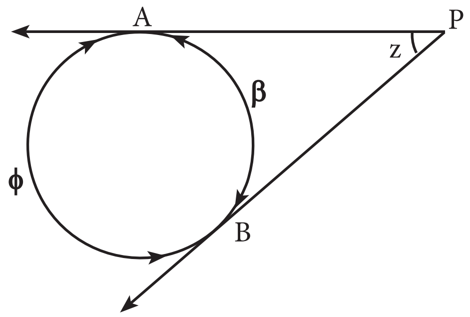
Según la figura, APD es un ángulo exterior, entonces, $\boxed{x = \dfrac{\alpha - \beta}{2}}$.

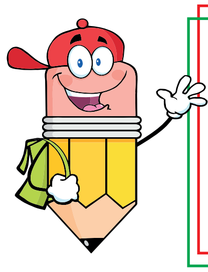


Según la figura, TPB es un ángulo exterior, entonces, $\boxed{y = \dfrac{m - n}{2}}$.



Según la figura, APB es un ángulo exterior, entonces $\boxed{z = \dfrac{\phi - \beta}{2}}$.





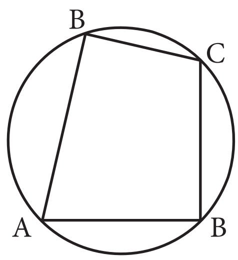
Propiedad
Solo en el último caso, cuando los lados del ángulo exterior son tangentes, se cumple:

$\boxed{\beta + z = 180°}$

II. CUADRILÁTERO INSCRITO EN UNA CIRCUNFERENCIA

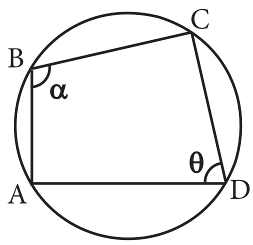
Es aquel cuadrilátero en el que sus vértices pertenecen a una misma circunferencia.

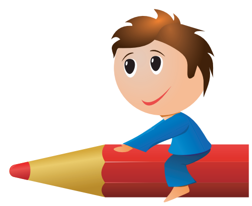
⏢ABCD: inscrito en la circunferencia $\mathscr{C}$.
A, B, C y D: vértices.



Teorema
En todo cuadrilátero inscrito, la suma de las medidas de dos ángulos opuestos es 180°.

$\boxed{\alpha + z = 180°}$

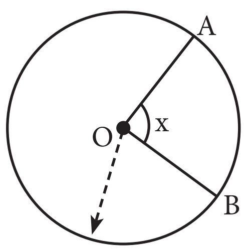




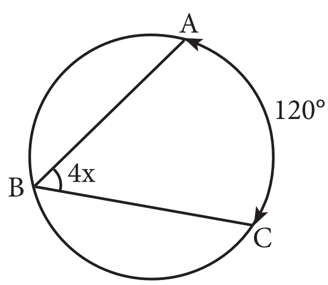
Trabajando en clase

Integral

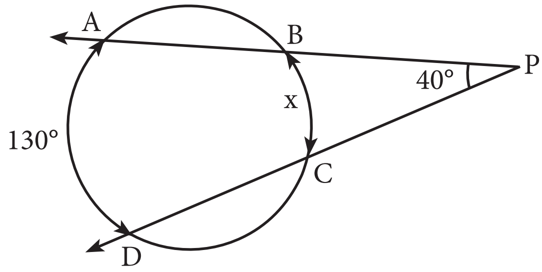
1. Calcula «x» si $m\overset{\frown}{AB} = 80°$.



2. Calcula «x».

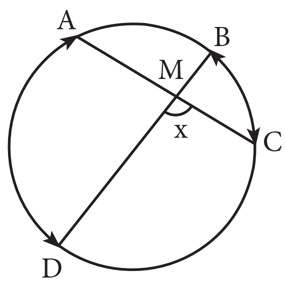


3. Calcula «x».



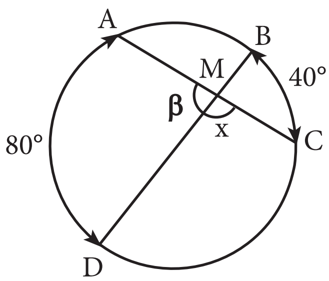
Católica

4. Si m$\overset{\frown}{AD}$ = 80° y m$\overset{\frown}{BC}$ = 40°, determina «x».



Resolución:

Nos piden «x».



Sea «β» la medida del ∢AMD.

Luego, por ángulo interior:

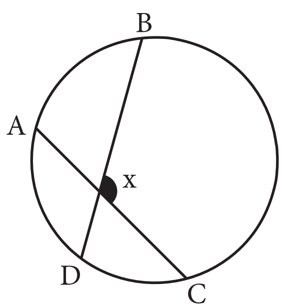
$\beta = \dfrac{80° + 40°}{2}$ $\qquad \beta = 60°$

Finalmente: $\quad x + \beta = 180°$

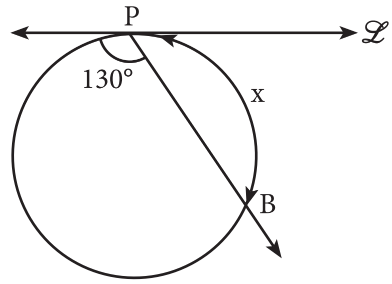
$x + 60° = 180°$

$x = 120°$

5. Calcula «x» si m$\overset{\frown}{AB}$ = 55 y m$\overset{\frown}{CD}$ = 45°.

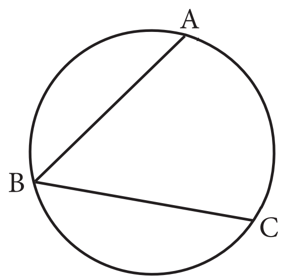


6. Calcula «x» si P es punto de tangencia.



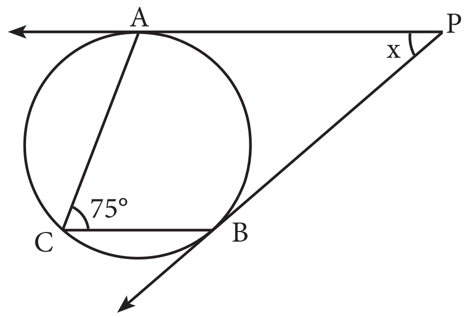
7. Determina:

m∢ABC, si m$\overset{\frown}{AB}$ = 130° y m$\overset{\frown}{BC}$ = 100°



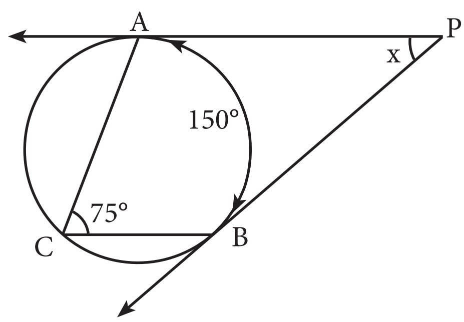
UNMSM

8. Calcula «x», si A y B son puntos de tangencia.



Resolución:

Nos piden «x».



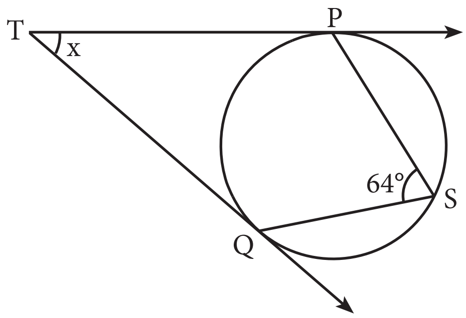
Del gráfico: ∢ inscrito m$\overset{\frown}{AB}$ = 150°

Luego, por propiedad:

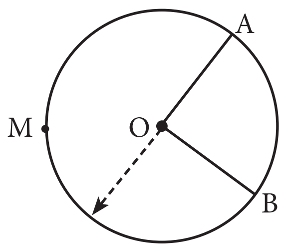
x + 150° = 180°

x = 30°

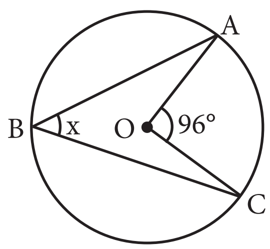
9. Calcula «x», si P y Q son puntos de tangencia.



10. Calcula la m∢AOB, si m$\overset{\frown}{AMB}$ = 240°

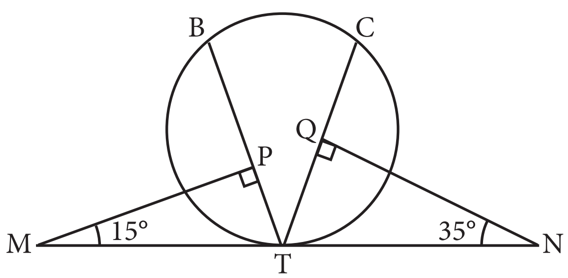


11. Calcula «x», si O es centro.



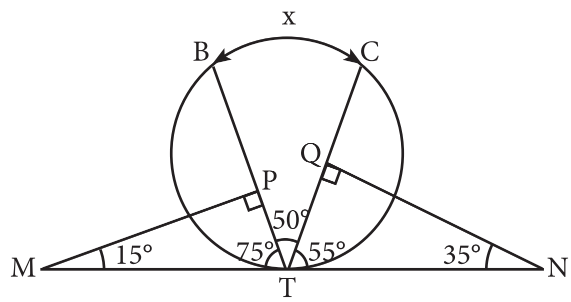
UNI

12. Calcula la m$\overset{\frown}{BC}$, si T es punto de tangencia.



Resolución:

Nos piden m$\overset{\frown}{BC}$ = x



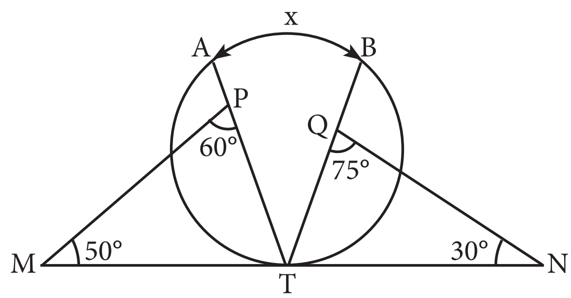
Completando ángulos y se tiene m∢BTC = 50°

Luego, por ángulo inscrito:

x = 2 • 50°

x = 100°

13. Calcula «x», si T es punto de tangencia.



14. Calcula «x» si P es punto de tangencia y O es centro.