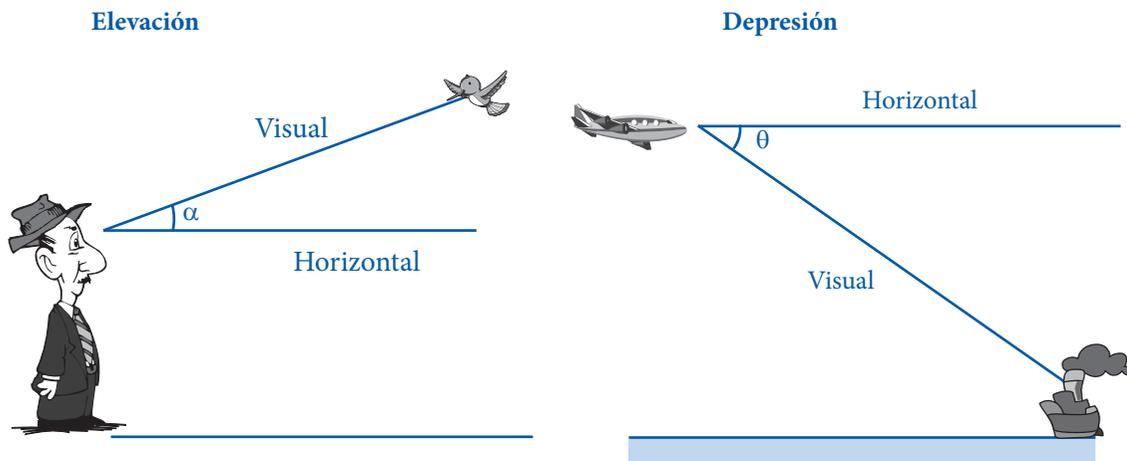




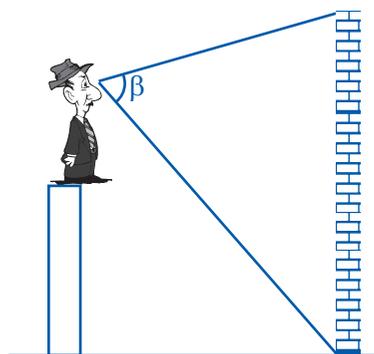
ÁNGULOS VERTICALES

Definición

Son aquellos ángulos formados en el plano vertical con dos líneas imaginarias llamadas visual (línea de mira) y horizontal, si la visual se encuentra sobre la horizontal el ángulo recibe el nombre de elevación, de lo contrario recibe el nombre de depresión.



Nota: Se conoce como ángulo de observación al ángulo formado por dos visuales.



$\beta \rightarrow$ ángulo de observación

Trabajando en clase

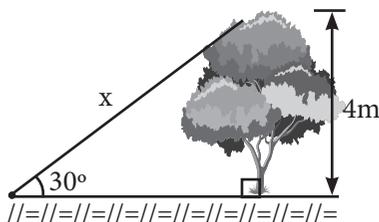
Integral

- Desde la parte superior de un acantilado de 80 m de altura se observa una lancha con un ángulo de depresión de 30° . ¿A qué distancia del pie del acantilado se encuentra la lancha?
- Desde un punto del suelo se observa la parte superior de un poste con un ángulo de elevación de 37° . Si la altura del poste es 12m, calcula a qué distancia de la base del poste se ubica el punto.
- Una persona de 2 m de altura observa la parte superior de un poste con un ángulo de elevación de 45° . Si la longitud del poste es de 20 m, calcula a qué distancia de la base del poste se ubica.

PCUP

- Desde un punto en el suelo se observa la parte más alta de un árbol con un ángulo de elevación de 30° . Calcula la longitud de la línea visual, si se sabe que la longitud del árbol es de 4 m.

Resolución:



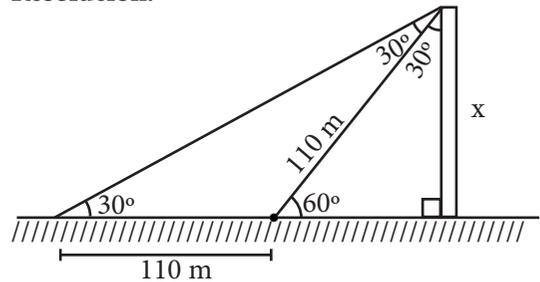
Por triángulo notable: $x = 8$ m

- Desde un punto en el suelo se observa la parte más alta de un poste con un ángulo de elevación de 53° . Calcula la longitud de la línea visual, si se sabe que la longitud del poste es de 12 m.
- Desde la parte superior de un muro de 2 m se observa la base de un árbol con un ángulo de depresión de 30° y la parte más alta de dicho árbol con un ángulo de elevación de 60° . Hallar la longitud del árbol.
- Carlitos observa una torre con un ángulo de elevación de 45° , camina 8 m hacia la torre; ahora la observa con un ángulo de elevación α , si la longitud de la torre es 32 m, halla la medida de α .

UNMSM

- Un nadador se dirige hacia un faro y la observa con un ángulo de elevación de 30° , al avanzar 110 m el ángulo de elevación se duplica. Halla la longitud del faro.

Resolución:



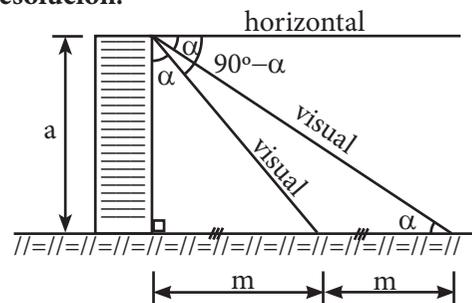
Por triángulo notable: $x = 55\sqrt{3}$

- El ángulo de elevación de la parte superior de una torre es de 30° , si nos acercamos 400 m, se tiene que el ángulo de elevación se ha duplicado. Halla la longitud de la torre.
- Desde un punto en tierra se observa lo alto del tercer piso de un edificio con un ángulo de elevación α y la parte baja del quinto piso con un ángulo de elevación β .
Halla: $Q = \frac{\text{Tan}\beta}{\text{Tan}\alpha}$
- Desde lo alto de un faro ubicado en la playa, se observan 2 botes anclados en el mar y alineados con el faro, con ángulos de depresión de 37° y 53° respectivamente. Halla la distancia que separa dichos botes, sabiendo que la longitud del faro es de 36 m.

UNI

- Desde lo alto de un edificio se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión α y a otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio con un ángulo de depresión $90^\circ - \alpha$. Calcula el valor de $\text{Tan}\alpha$.

Resolución:



$$\text{Tan}\alpha = \frac{m}{a} \quad \dots \text{(I)}$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{a}{2m} \quad \dots \text{(II)}$$

Multiplicando las ecuaciones:

$$\text{Tan}\alpha \cdot \text{Tan}\alpha = \frac{m}{a} \cdot \frac{a}{2m}$$

$$\text{Tan}^2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

13. Un observador se encuentra a 20 m de un edificio y observa su parte superior con un ángulo de elevación α y si se aleja 10 m el ángulo de elevación es el complemento de α . Calcula el valor de $\text{Tan}\alpha$.

14. Desde un punto en el suelo se divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación α , se acerca una distancia igual al triple de la longitud del poste y el ángulo de elevación es $90^\circ - \alpha$.
Calcula: $E = \text{Tan}^2\alpha + \text{Cot}^2\alpha$.