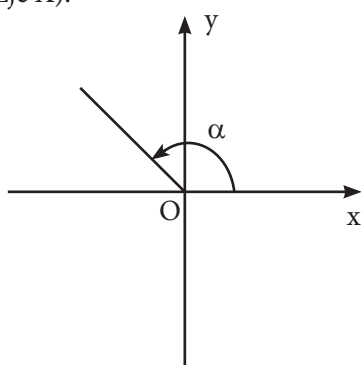


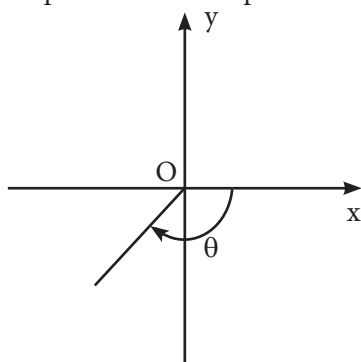


ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Llamado también canónico o estándar, es aquel ángulo trigonométrico cuyo vértice coincide con el origen del sistema de coordenadas rectangulares y su lado inicial coincide con el semieje positivo de abscisas (Eje X).



α : Ángulo en posición normal positivo del IIC



θ : Ángulo en posición normal negativo del IIIC

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal

X_0 : Abscisa del punto

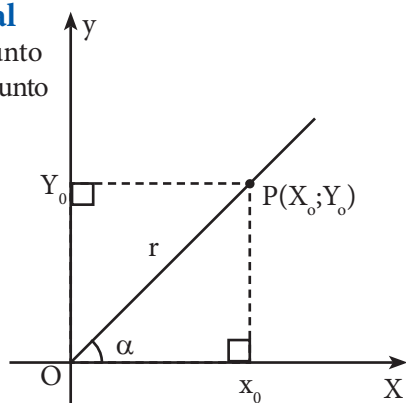
Y_0 : Ordenada del punto

r : Radio vector

Por Pitágoras:

$$r^2 = X_0^2 + Y_0^2$$

$r > 0$



Definimos

$$\text{Sen}\alpha = \frac{\text{Ordenada}}{\text{Radio vector}} = \frac{y_0}{r}$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\text{Abscisa}}{\text{Radio vector}} = \frac{x_0}{r}$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Ordenada}}{\text{Abscisa}} = \frac{y_0}{x_0}$$

$$\text{Csc}\alpha = \frac{\text{Radio vector}}{\text{Ordenada}} = \frac{r}{y_0}$$

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\text{Radio vector}}{\text{Abscisa}} = \frac{r}{x_0}$$

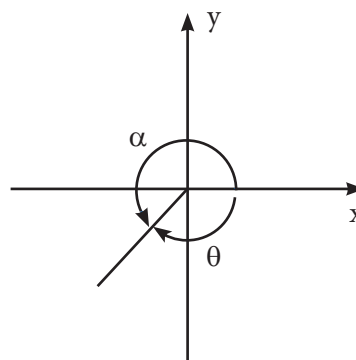
$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{Abscisa}}{\text{Ordenada}} = \frac{x_0}{y_0}$$

Nota:

Llamamos ángulos coterminales a aquellos ángulos en posición normal que tienen el mismo lado final.

Propiedades:

- i) $\alpha - \theta = 360^\circ k; k \in \mathbb{Z}$
- ii) $RT(\alpha) = RT(\theta)$

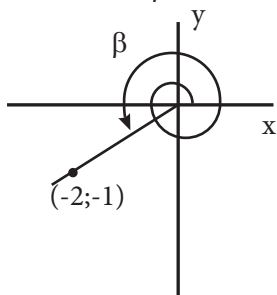


Trabajando en clase

Integral

1. Se tiene un ángulo en posición normal θ cuyo lado final pasa por el punto $P(-1; 5)$. Calcula el valor de $\tan\theta$.

2. Halla el valor de $\sin\beta$.

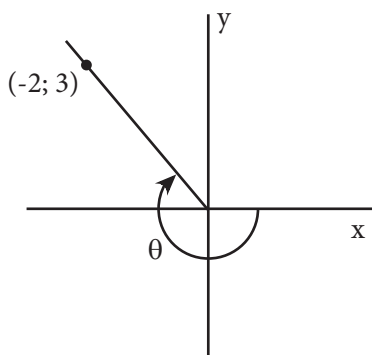


3. El punto $P(-1; 3)$ pertenece al lado final de un ángulo canónico α .

Calcular: $R = \sqrt{10} \sec\alpha - \tan\alpha$

PUCP

4. Calcular: $Q = \sqrt{13} \cos\theta + 2 \cdot \tan\theta$



Resolución:

$$x_0 = -2$$

$$y_0 = 3$$

$$r^2 = (-2)^2 + (3)^2$$

$$r^2 = 13$$

$$r = \sqrt{13}$$

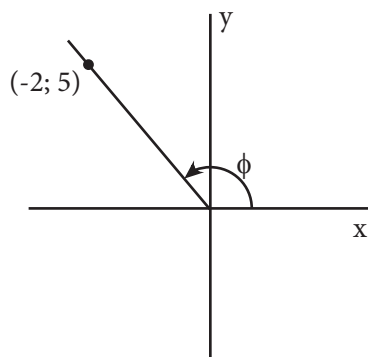
Piden: $Q = \sqrt{13} \cos\theta + 2 \tan\theta$

$$Q = \sqrt{13} \left(\frac{-2}{\sqrt{13}} \right) + 2 \left(\frac{3}{-2} \right)$$

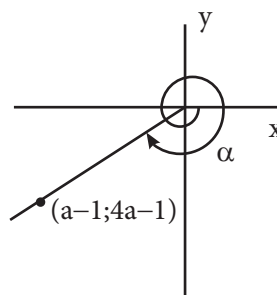
$$Q = -2 - 3$$

$$Q = -5$$

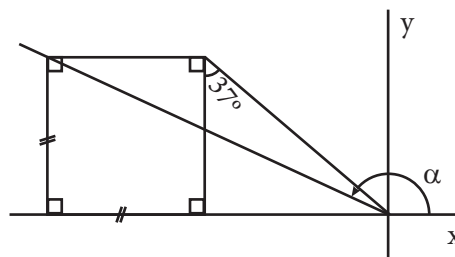
5. Calcula: $N = \sqrt{29} \sin\phi + 2 \tan\phi$



6. Si $\tan\alpha = 3$. Calcula el valor de «a».

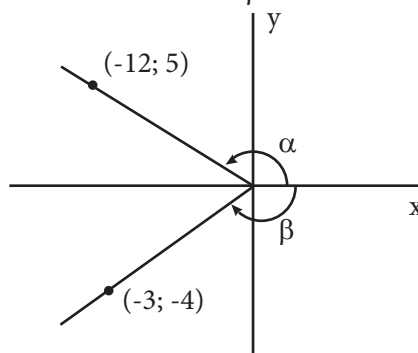


7. Calcula $L = \csc 53^\circ - \cot\alpha$



UNMSM

8. Calcula $M = \csc\alpha + \cos\beta$



Resolución:

$$\text{Para } \alpha \begin{cases} x_0 = -12 \\ y_0 = 5 \\ r = 13 \end{cases} \quad \text{Para } \beta \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -4 \\ r = 5 \end{cases}$$

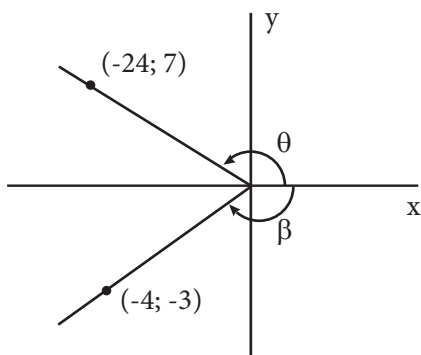
Piden: $M = \text{Csc}\alpha + \text{Csc}\beta$

$$M = \frac{13}{5} + \frac{-3}{5}$$

$$M = \frac{10}{5}$$

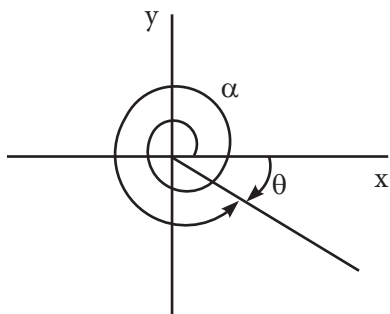
$$M = 2$$

9. Calcula $M = 5\text{Csc}\theta - \text{Csc}\beta$

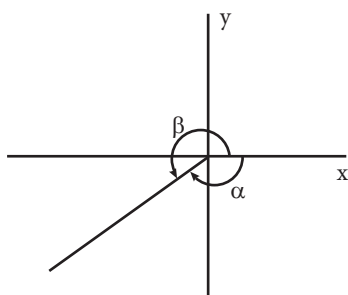


10. Calcula:

$$P = \frac{4\text{Sen}\alpha}{\text{Sen}\theta} + \frac{3\text{Cos}\alpha}{\text{Cos}\theta} - \frac{2\text{Tan}\alpha}{\text{Tan}\alpha}$$

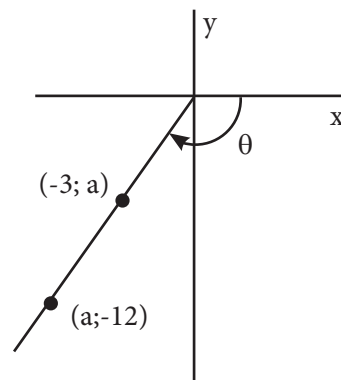


11. Calcula $N = (2\text{Sen}\beta + |\text{Sen}\alpha|) \text{Csc}\beta$



UNI

12. Calcula $\text{Tan}\theta$.



Resolución:

$$\text{Tan}\theta = \frac{a}{-3} \wedge \text{Tan}\theta = \frac{-12}{a}$$

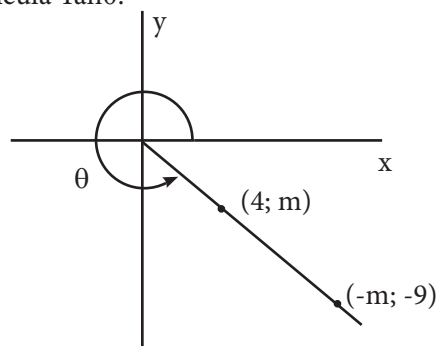
$$\Rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{-12}{a}$$

$$a^2 = 36$$

$a = -6$ (Por la ubicación de los puntos en el plano cartesiano)

$$\text{Reemplazando: } \text{Tan}\theta = \frac{a}{-3} = \frac{-6}{-3} = 2$$

13. Calcula $\text{Tan}\theta$.



14. Siendo «G» baricentro del triángulo ABC.

$$\text{Calcula } R = \frac{\text{Tan}\alpha + \text{Cot}\alpha}{\text{Sec}\alpha + \text{Csc}\alpha}$$

