



ÁNGULO TRIPLE

Fórmulas fundamentales

$$\begin{aligned} \text{Sen}3x &= 3\text{Sen}x - 4\text{Sen}^3x \\ \text{Cos}3x &= 4\text{Cos}^3x - 3\text{Cos}x \\ \text{Tan}3x &= \frac{3\text{Tan}x - \text{Tan}^3x}{1 - 3\text{Tan}^2x} \end{aligned}$$

1. Demostración:

$$\begin{aligned} \text{Sen}3x &= 3\text{Sen}x - 4\text{Sen}^3x \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}(x + 2x) \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}x \cdot \text{Cos}2x + \text{Cos}x \cdot \text{Sen}2x \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}x(1 - 2\text{Sen}^2x) + \text{Cos}x(2\text{Sen}x\text{Cos}x) \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}x - 2\text{Sen}^3x + 2\text{Sen}x\text{Cos}^2x \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}x - 2\text{Sen}^3x + 2\text{Sen}x(1 - \text{Sen}^2x) \\ \text{Sen}3x &= \text{Sen}x - 2\text{Sen}^3x + 2\text{Sen}x - 2\text{Sen}^3x \\ \therefore \text{Sen}3x &= 3\text{Sen}x - 4\text{Sen}^3x \end{aligned}$$

2. Demostración:

$$\begin{aligned} \text{Cos}3x &= 4\text{Cos}^3x - 3\text{Cos}x \\ \text{Cos}3x &= \text{Cos}(x + 2x) \\ \text{Cos}3x &= \text{Cos}x\text{Cos}2x - \text{Sen}x\text{Sen}2x \\ \text{Cos}3x &= \text{Cos}x(2\text{Cos}^2x - 1) - \text{Sen}x(2\text{Sen}x\text{Cos}x) \\ \text{Cos}3x &= 2\text{Cos}^3x - \text{Cos}x - 2\text{Sen}^2x\text{Cos}x \\ &\quad (1 - \text{Cos}^2x) \\ \text{Cos}3x &= 2\text{Cos}^3x - \text{Cos}x - 2\text{Cos}x + 2\text{Cos}^3x \\ \therefore \text{Cos}3x &= 4\text{Cos}^3x - 3\text{Cos}x \end{aligned}$$

3. Demostración:

$$\text{Tan}3x = \frac{3\text{Tan}x - \text{Tan}^3x}{1 - 3\text{Tan}^2x}$$

$$\text{Tan}(A + B + C) =$$

$$\frac{\text{Tan}A + \text{Tan}B + \text{Tan}C - \text{Tan}A\text{Tan}B\text{Tan}C}{1 - (\text{Tan}A\text{Tan}B + \text{Tan}A\text{Tan}C + \text{Tan}B\text{Tan}C)}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } \text{Tan}3x &= \text{Tan}(x + x + x) \\ \Rightarrow \text{Tan}3x &= \frac{\text{Tan}x + \text{Tan}x + \text{Tan}x - \text{Tan}x\text{Tan}x\text{Tan}x}{1(\text{Tan}x\text{Tan}x + \text{Tan}x\text{Tan}x + \text{Tan}x\text{Tan}x)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Tan}3x = \frac{3\text{Tan}x - \text{Tan}^3x}{1 - 3\text{Tan}^2x}$$

Usando identidades podemos demostrar lo siguiente:

$$\frac{\text{Sen}3x}{\text{Sen}x} = 2\text{Cos}2x + 1$$

Además:

$$\frac{\text{Cos}3x}{\text{Cos}x} = 2\text{Cos}2x - 1$$

Por lo tanto:

$$\frac{\text{Tan}3x}{\text{Tan}x} = \frac{2\text{Cos}2x + 1}{2\text{Cos}2x - 1}$$

Recuerda

$$\text{Sen}18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$\text{Cos}36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el valor de:

$$3\text{Sen}20^\circ - 4\text{Sen}^320^\circ$$

2. Determina el valor de «x» si:

$$\frac{3\text{Tan}2x - \text{Tan}^32x}{1 - 3\text{Tan}^22x} = \sqrt{3}$$

3. Determina $\text{Cos}111^\circ$

PUCP

4. Si $\text{Cos}x = \frac{1}{4}$, calcula $\text{Cos}3x$.

Resolución:

$$\text{Cos}3x = 4\text{Cos}^3x - 3\text{Cos}x$$

$$\text{Cos}3x = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{Cos}3x = \frac{-11}{16}$$

5. Si $\text{Sen}x = \frac{1}{3}$, calcula $\text{Sen}3x$

6. Determina el valor de:

$$3\text{Sen}6^\circ - 4\text{Sen}^36^\circ + \frac{1}{4}$$

7. Si $\text{Tan}x = -1$, calcula el valor de $\text{Tan}3x$.

UNMSM

8. Calcula el mínimo valor de:

$$M = \frac{\text{Sen}3x}{\text{Sen}x} - 3$$

Resolución:

$$M = \frac{3\text{Sen}x - 4\text{Sen}^3x}{\text{Sen}x} - 3$$

$$M = \frac{3\text{Sen}x}{\text{Sen}x} - \frac{4\text{Sen}^3x}{\text{Sen}x} - 3$$

$$M = 3 - 4\text{Sen}^2x - 3$$

$$M = -4\text{Sen}^2x$$

$$M_{\min} = -4(1)^2 = -4$$

9. Determina el máximo valor de:

$$N = \frac{\text{Cos}3x}{\text{Cos}x} + 3$$

10. Simplifica:

$$E = \frac{3\text{Tan}(30^\circ + \alpha) - \text{Tan}^3(30^\circ + \alpha)}{1 - 3\text{Tan}^2(30^\circ + \alpha)}$$

11. Simplifica:

$$P = \frac{\text{Sen}3x + \text{Sen}^3x}{\text{Cos}3x - \text{Cos}^3x}$$

UNI

12. Simplifica la expresión:

$$N = \frac{\text{Cos}^3x - \text{Cos}3x}{\text{Sen}2x}$$

Resolución:

$$N = \frac{\text{Cos}^3x - (4\text{Cos}^3x - 3\text{Cos}x)}{2\text{Sen}x\text{Cos}x}$$

$$N = \frac{3\text{Cos}x - 3\text{Cos}^3x}{2\text{Sen}x\text{Cos}x}$$

$$N = \frac{3\text{Cos}x(1 - \text{Cos}^2x)}{2\text{Sen}x\text{Cos}x}$$

$$N = \frac{3\cancel{\text{Cos}x}(\text{Sen}^2x)}{2\cancel{\text{Sen}x}\cancel{\text{Cos}x}}$$

$$N = \frac{3}{2}\text{Sen}x$$

13. Simplifica:

$$L = \frac{\text{Sen}3\theta + \text{Sen}^3\theta}{\text{Sen}2\theta}$$

14. Resuelve y señala un valor para «x» si:

$$6x - \sqrt{3} = 8x^3$$