



ÁNGULO MITAD

Introducción

El objetivo de estas igualdades es expresar las razones trigonométricas del ángulo mitad $\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}, \frac{\theta}{2}, \dots, \frac{x}{2}\right)$ en función de las razones trigonométricas del ángulo simple $(\alpha; \beta; \theta; \dots; x)$. Estas igualdades serán válidas para todos los valores admisibles de sus variables.

Identidades fundamentales

$\text{Sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}x}{2}}$	$\text{Cos}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}x}{2}}$	$\text{Tan}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}x}{1 + \text{Cos}x}}$
$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R} - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$

Observación

El signo que aparece en los radicales depende del cuadrante en el cual se ubique el ángulo mitad $\left(\frac{x}{2}\right)$ y la razón que lo afecte; así por ejemplo:

→ Si: $\left(\frac{x}{2}\right) \in \text{IIC} \Rightarrow \text{Sen}\left(\frac{x}{2}\right)$ tendrá signo (+)

→ Si: $\left(\frac{x}{2}\right) \in \text{IIC} \Rightarrow \text{Cos}\left(\frac{x}{2}\right)$ tendrá signo (-)

→ Si: $\left(\frac{x}{2}\right) \in \text{IIC} \Rightarrow \text{Tan}\left(\frac{x}{2}\right)$ tendrá signo (-)

Fórmulas especiales

$$\text{Tan}\left(\frac{x}{2}\right) = \text{Csc}x - \text{Cot}x$$

$$\text{Cot}\left(\frac{x}{2}\right) = \text{Csc}x + \text{Cot}x$$

Trabajando en clase

Integral

1. Obtén el equivalente de:

$$\sqrt{\frac{1 - \text{Cos}50^\circ}{1 + \text{Cos}50^\circ}} - \text{Tan}25^\circ$$

2. Reduce:

$$\sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}84^\circ}{2}}}{2}}$$

3. Si $\text{Cos}\theta = \frac{1}{6}$; $0^\circ < \theta < 90^\circ$

Calcula: $\text{Sen}\frac{\theta}{2}$

PUCP

4. Si $\text{Cos}\beta = \frac{1}{7}$; $270^\circ < \beta < 360^\circ$

Calcula: $\text{Cos}\frac{\beta}{2}$

Resolución:

$$270^\circ < \beta < 360^\circ$$

$$135^\circ < \frac{\beta}{2} < 180^\circ$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = -\sqrt{\frac{1 + \cos \beta}{2}}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = -\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{7}}{2}}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = -\frac{2}{\sqrt{7}}$$

5. Si $\cos x = \frac{-1}{5}$; $90^\circ < x < 180^\circ$

Calcula: $\sin \frac{x}{2}$

6. Si $\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $180^\circ < \theta < 270^\circ$

Calcula: $\cos \frac{\theta}{2}$

7. Obtén el equivalente de:

$$M = \sec 40^\circ - \tan 40^\circ$$

UNMSM

8. Reduce:

$$P = \csc 2x + \csc 4x + \csc 8x + \cot 8x$$

Resolución:

$$P = \csc 2x + \csc 4x + \csc 8x + \cot 8x$$

$$P = \csc 2x + \csc 4x + \cot 4x$$

$$P = \csc 2x + \cot 2x$$

$$P = \cot x$$

9. Reduce:

$$L = \csc x + \csc 2x + \csc 4x + \csc 8x + \csc 16x + \cot 16x$$

10. Si $\sin \theta = \frac{1}{3}$

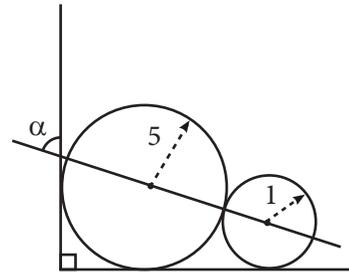
Calcula $\tan\left(45^\circ - \frac{\theta}{2}\right)$

11. Si: $\csc \beta = \frac{-6}{\sqrt{11}}$; $180^\circ < \beta < 270^\circ$

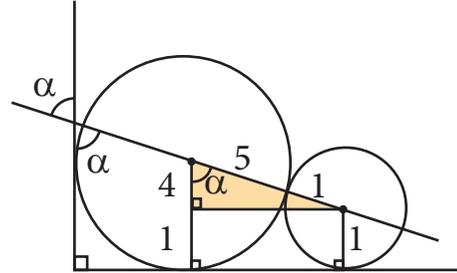
Calcula $\sin \frac{\beta}{2}$

UNI

12. Calcula: $\tan \frac{\alpha}{2}$



Resolución:



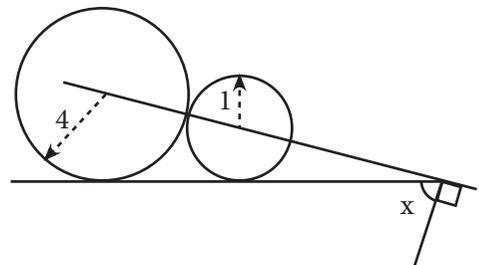
Del gráfico: $\cos \alpha = \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$

Piden: $\tan \frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}}}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

13. Calcula $\tan \frac{x}{2}$



14. Si:

$$\csc 2\alpha + \csc 2\beta + \csc 2\theta = \cot 2\alpha + \cot 2\beta + \cot 2\theta$$

Halla:

$$N = \frac{\tan^3 \alpha + \tan^3 \beta + \tan^3 \theta}{\tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \theta}$$