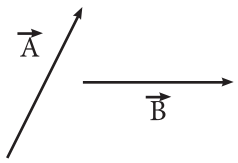
ANÁLISIS VECTORIAL II

DEFINICIÓN

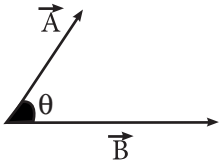
Existen métodos algebraicos para poder determinar la resultante de un conjunto de vectores.
En este capítulo vamos a estudiar dos métodos prácticos y técnicos, con el objetivo de obtener una resultante de un conjunto de vectores.

MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

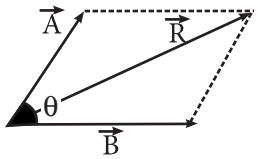
Se tienen dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ como se muestra en la figura:



Para utilizar este método los vectores tienen que unirse por sus orígenes formando un ángulo θ, para ello se tienen que desplazar paralelamente de sus posiciones originales.



Luego, se traza la resultante partiendo del origen común de los vectores hasta la unión de las rectas paralelas de los vectores originarios.



$\vec{R}$: vector resultante

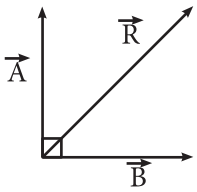
Donde su módulo se calcula aplicando la siguiente ecuación:

$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta}}$$

CASOS ESPECIALES

Para calcular el módulo la resultante $(\vec{R})$ de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$

- Si $\theta = 90°$

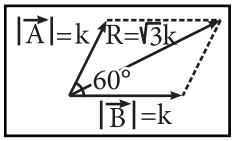


Dónde:

$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2}$$

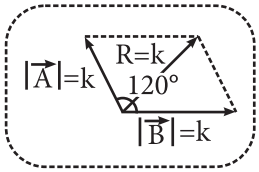
Nota:
Cuando los vectores forman 90° también podemos hacer uso de los triángulos rectángulos.

- Si se tiene dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de módulos iguales a un valor "k" y el ángulo θ formarlo por ellos es igual a 60°.



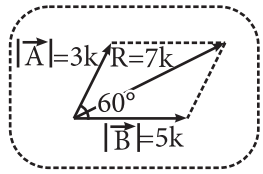
$R = \sqrt{3}k$

- Si se tienen dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de módulos iguales a un valor "k", y el ángulo θ formado por ellos es igual a 120°.



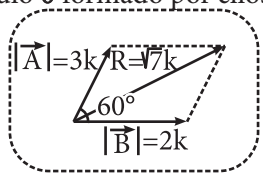
R = k

- Si se tienen dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de módulos $|\vec{A}| = 3k$ y $|\vec{B}| = 5k$. Además el ángulo θ formado por ellos es igual a 60°.



R = 7k

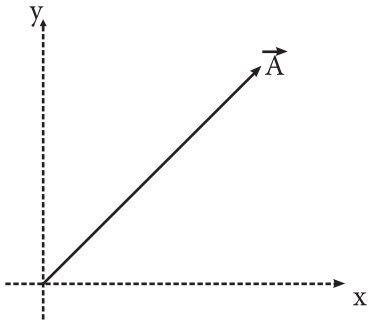
- Si se tienen dos vectores $|\vec{A}| = k$ y $|\vec{B}| = 2k$ además el ángulo θ formado por ellos es igual a 60°.



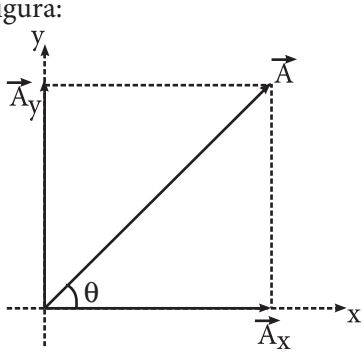
$R = \sqrt{7}k$

DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR

Para este caso ubicaremos al vector en un sistema de coordenadas cartesianas x – y.



Luego, desde el origen del vector se trazan las componentes rectangulares tal como señala la siguiente figura:



Dónde:

$\vec{A}_x$: Vector componente abscisa.

$\vec{A}_y$: Vector componente ordenada.

Los módulos de las componentes se calculan de la siguiente manera:

$$|\vec{A}_x| = A\cos\theta$$

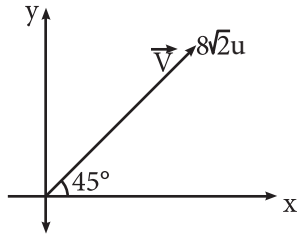
$$|\vec{A}_x| = A\text{sen}\theta$$

Se cumple además que el módulo de un vector se puede calcular a partir del valor de sus componentes, en nuestro caso sería:

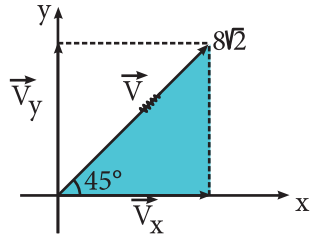
$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{|\vec{A}_x|^2 + |\vec{A}_y|^2}}$$

Nota:
Los componentes de un vector se pueden calcular utilizando también los triángulos notables.

Ejemplo:
Calcula el módulo de las componentes rectangulares del vector $\vec{V}$ de módulo $8\sqrt{2}u$.



Lo primero que hacemos es trazar las líneas paralelas a los ejes, luego se trazan los componentes vectoriales, anulando al vector origen $\vec{V}$.



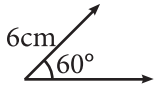
A partir del triángulo notable 45° – 45° (triángulo sombreado en la gráfica) se obtiene el módulo de las componentes:

$$\therefore |\vec{V}_x| = 8u\,;\ |\vec{V}_y| = 8u$$

Trabajando en clase

Integral

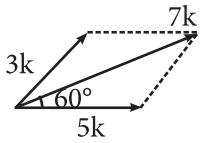
1. Si dos vectores de módulos 6 cm y 10 cm forman un ángulo de 60° tal como se muestra en la figura, calcula el módulo del vector resultante.



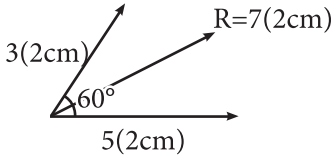
a) 6 cm b) 10 cm c) 14 cm
d) 12 cm e) 8 cm

Solución:

Aplicando el caso práctico.



Del sistema de vectores

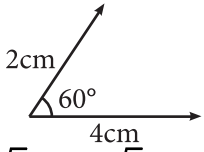


Luego el módulo de la resultante es

R = 7.(2cm)

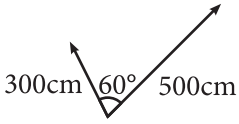
∴ R = 14cm

2. Se tiene dos vectores de módulos 2 cm y 4 cm los cuales forman un ángulo de 60°, calcula el módulo del vector resultante.



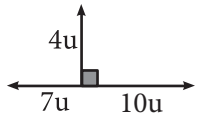
a) $2\sqrt{7}$cm b) $\sqrt{7}$cm c) 14 cm
d) 4 cm e) $\sqrt{5}$cm

3. Si dos vectores de módulos 300 cm y 500 cm forman 60°, calcula el módulo de la resultante.



a) 100 cm b) 200 cm
c) 700 cm d) 180 cm
e) 500 cm

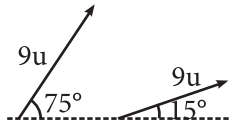
4. Calcula el módulo del vector resultante.



a) 1 u b) 2 u c) 3 u
d) 4 u e) 5 u

UNMSM

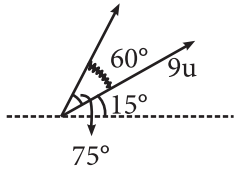
5. Calcula el módulo del vector resultante.



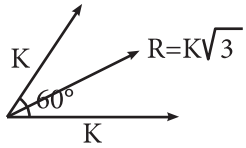
a) $3\sqrt{3}$u b) $6\sqrt{3}$u
c) $9\sqrt{3}$u d) $18\sqrt{3}$u
e) 9 u

Solución:

Lo primero que tenemos que es trasladar los vectores hasta juntarlos.



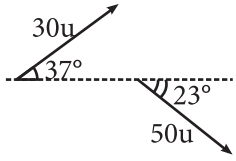
Luego, aplicando el caso práctico



Teniendo en cuenta el caso anterior, obtenemos de manera práctica el módulo de la resultante.

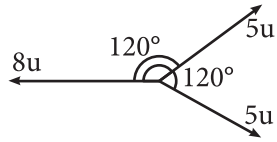
∴ $R = 9\sqrt{3}$u

6. Calcula el módulo del vector resultante.



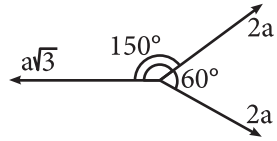
a) 10 u b) 30 u
c) 50 u d) 70 u
e) 90 u

7. Calcula el módulo del vector resultante.



a) 1 u b) 2 u
c) 3 u d) 4 u
e) 5 u

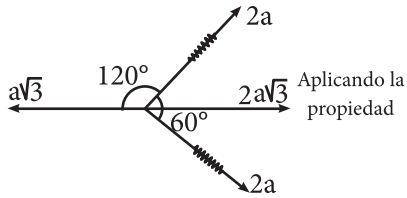
8. Si la siguiente figura se muestra un conjunto de vectores, calcula el módulo del vector resultante.



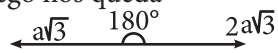
a) $a\sqrt{3}$ b) $2a\sqrt{3}$
c) $3a\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}$
e) a

Solución:

Primero operamos los vectores de módulos 2a.



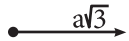
Luego nos queda



Como los vectores son opuestos, los restamos.

$\Rightarrow R = 2a\sqrt{3} - a\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

Por lo tanto la resultante es:

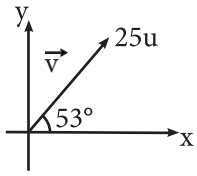


∴ $R = a\sqrt{3}$

9. Si la máxima resultante de dos vectores mide 21 cm y su mínima mide 3 cm, ¿cuál será el módulo de la resultante cuando los vectores forman 90°?

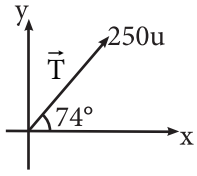
a) 5 cm b) 10 cm
c) 15 cm d) 20 cm
e) 25 cm

10. Calcula el módulo y la dirección de las componentes rectangulares del vector $\vec{V}$ de módulo 25 u.



a) 20 u(↑) 15 u(→)
b) 10 u(↑) 5 u (→)
c) 30 u (↑) 40 u (→)
d) 60 u (↑) 80 u (→)
e) 15 u (↑) 20 u (→)

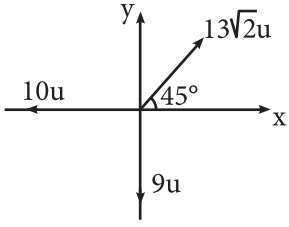
11. Calcula la suma de los componentes rectangulares del vector $\vec{T}$ de módulo 250 u.



a) 300 u b) 400 u c) 500 u
d) 310 u e) 410 u

UNI

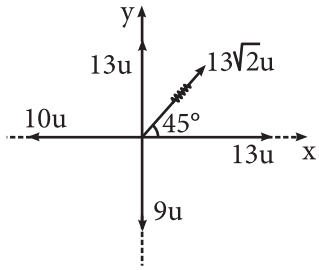
12. Calcula el módulo del vector resultante.



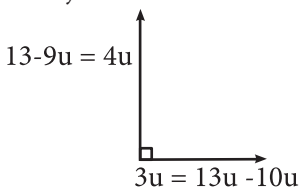
a) 1 u b) 2 u
c) 3 u d) 4 u
e) 5 u

Solución:

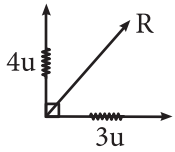
Primero descomponemos al vector de módulo $13\sqrt{2}$u.



Luego sumamos los vectores en cada eje.



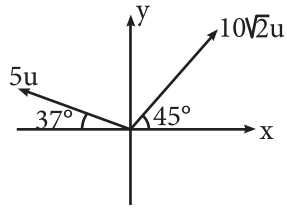
Ahora aplicando el teorema de Pitágoras a vectores se obtiene.



$$R = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

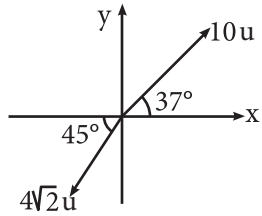
$$\therefore R = 5u$$

13. Calcula el módulo del vector resultante.



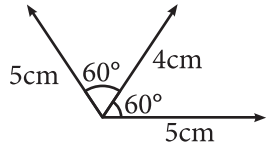
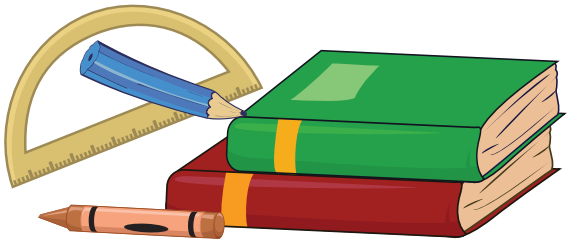
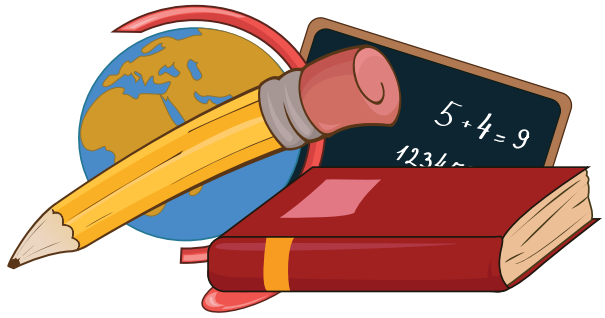
a) $\sqrt{200}$u b) $\sqrt{201}$u
c) $\sqrt{202}$u d) $\sqrt{206}$u
e) $\sqrt{205}$u

14. Calcula el módulo del vector resultante.



a) $\sqrt{5}$u b) $2\sqrt{5}$u
c) $3\sqrt{5}$u d) $\sqrt{7}$u
e) $\sqrt{8}$u

15. Calcula el módulo del vector resultante.



a) 4 cm
b) 5 cm
c) 9 cm
d) 13 cm
e) 19 cm