



Materiales Educativos GRATIS

Razonamiento Matemático CUARTO

TÉCNICAS DE CONTEO

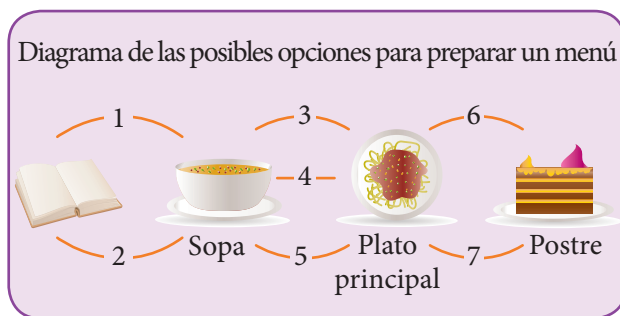
En el cálculo de las probabilidades se debe poder determinar el número de veces que ocurre un evento o suceso determinado. En muchas situaciones de importancia práctica es imposible contar físicamente el número de ocurrencias de un evento o enumerarlos uno a uno se vuelve un procedimiento engorroso. Cuando se está frente a esta situación es muy útil disponer de un método corto, rápido y eficaz para contar.

Principio fundamental del conteo

En la teoría fundamental del conteo se tienen dos principios básicos, que son la base para desarrollar otros conceptos como permutaciones y combinaciones que se verán más adelante.

Principio de multiplicación o multiplicativo

Algunos problemas de probabilidad pueden resolverse aplicando este principio. Supongamos que una persona desea preparar un almuerzo para sus amigos y tiene dos recetas para la sopa, tres para el plato principal y dos para el postre. ¿de cuántas maneras puede el anfitrión hacer su menú?



Las alternativas que tendrá son:

{1,3,6} {1,3,7} {1,4,6} {1,4,7} {1,5,6} {1,5,7}
{2,3,6} {2,3,7} {2,4,6} {2,4,7} {2,5,6} {2,5,7}

En total se tienen 12 maneras diferentes de preparar un delicioso almuerzo.

Aplicando el principio de multiplicación se tiene:

$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

En general:

Si un evento determinado puede realizarse de n_1 maneras diferentes, y si un segundo evento puede realizarse de n_2 maneras diferentes, y si, además, un tercer evento puede realizarse de n_3 maneras diferentes y así sucesivamente, y si al mismo tiempo cada evento es independiente del otro, entonces el número de maneras en que los eventos pueden realizarse en el orden indicado es el producto.

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots$$

Principio aditivo

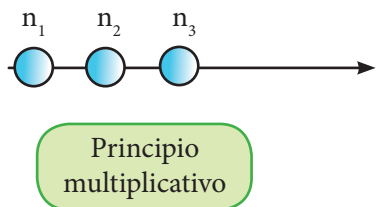
Este principio tiene las mismas premisas del principio multiplicativo, pero con la condición no de que los eventos sean independientes sino de que sean mutuamente excluyentes, es decir que cada uno ocurra sin la necesidad de que otro lo haga. El número total de maneras en las que pueden realizarse los eventos es la adición:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots$$

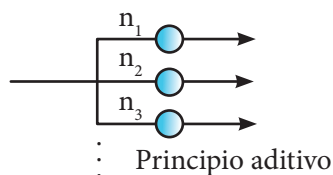
Del caso anterior, supongamos ahora, que la persona que prepara el menú para sus amigos preparara pescado como plato principal. Para preparar pescado, el encuentra cinco maneras diferentes de hacerlo al horno, dos para hacerlo frito y tres para prepararlo cocido. ¿De cuántas maneras diferentes puede cocinar su pescado?

Cada una de las maneras de preparar el pescado es excluyente de las otras dos. Es decir, si el cocinero decide preparar el pescado cocido, ya no podrá prepararlo ni frito ni al horno; de igual manera sucede si decide hacerlo al horno o frito. Así que en total, y de acuerdo con el principio aditivo, solo hay $5 + 2 + 3 = 10$ maneras diferentes de cocinar el pescado.

Esquema de interpretación de los principios multiplicativo y aditivo.



El esquema de la figura ilustra una interpretación sencilla de ambos principios. Más adelante se desarrollan los conceptos de eventos independientes y eventos mutuamente excluyentes, pero ya inicia un primer acercamiento a ellos.



Trabajando en clase

Integral

1. Si en un anillo se realizar 20 cortes, ¿Cuántos trozos se obtendrá?

Resolución:

Trabajamos el problema por medio de inducción:

	Números cortes	Números trozos
	1	1
	2	2
	3	3

Para 20 cortes se obtendrán 20 trozos.

2. Un triángulo equilátero eta formado por la superposición de bolas de cristal. Si en cada lado hay 4 bolas, ¿cuál es el número de bolas, si todas ellas son idénticas?
3. Se tiene 31 colillas de cigarrillos. Si con 7 colillas hacemos un nuevo cigarrillo y fumamos el máximo número de cigarrillos, ¿cuántas colillas sobran?

Católica

4. En una urna se tienen esferas de 2 colores: 7 rojas 9 blancas. El mínimo número de esferas que se debe extraer el azar para tener la certeza de obtener:
- 2 esferas de un mismo color.
 - 2 esferas blancas.
 - 2 esferas rojas.

- IV. Al menos 1 blanca.

Resolución:

Poniéndonos en el peor de los casos tendríamos:

- $1R + 1B + 1 = 3$
- $7R + 2B = 9$
- $9B + 2R = 11$
- $7R + 1B = 8$

5. En un estante se tiene 14 libros de Física, 17 de Química, 15 de Biología y 18 de Economía. Pedro saca al azar y de uno en uno.
- ¿Cuántos como mínimo se debe extraer para obtener con certeza 4 libros en 2 de los cursos?
 - ¿Cuántos como mínimo tendrá que extraer para obtener 10 libros de cada curso? (los libros de cada curso son iguales).

6. Angela tiene en una urna 16 fichas numeradas del 1 al 16. ¿Cuál es el mínimo número de fichas que se han de extraer para tener la seguridad de haber sacado 3 con numeración consecutiva?
7. Se ha tomado un pentágono de hay «a» personas en un lado, en otro «b» personas, en otro «c» personas, en otro «d» personas y en el último «e» personas. ¿Cuántas personas hay en total, si hay una persona en cada vértice?

UNMSM

8. En un almacén hay 6 cajas; en cada una de ellas hay 4 cajas más pequeñas; y en cada una de estas hay 3 cajas aún más pequeñas. El total de cajas es:
- Resolución:**
Hacemos el conteo de las cajas:

Cajas grandes $6 = 6$
Cajas pequeñas $6 \times 4 = 24$
Cajas aún más pequeñas $24 \times 3 = 72$
Número de cajas: $6 + 24 + 72 = 102$

9. Dentro de una caja verde existen «n» cajas azules, dentro de la caja azul existen «n» cajas verdes dentro de cada una de estas últimas hay «n» cajas azules. ¿Cuántas cajas azules existen en total?
10. En un deposito tenemos «x» bolos blancos, «y» bolos negros, «z» bolos rojos; sabiendo que $x > y > z$. ¿Cuántos bolos, como mínimo se tendrán que extraer en forma aleatoria, para obtener con certeza, 5 bolos de cada color?
11. Un kilogramo de mandarina puede producir de 25 a 40 cc de jugo. Si el costo de cada kilogramo varía desde 3,6 a 5,2 nuevos soles, ¿cuántos nuevos soles, como máximo, puedo gastar en un día, si tengo que consumir 500 cc diarios?

UNI

12. Veinte países mantienen relaciones diplomáticas, cada país tienen un embajador en los

otros países. Indique la cantidad de embajadores que hay en total.

Resolución:

Cada uno de los países al mantener relaciones diplomáticas con los otros 19 países que mandan un embajador a cada país, entonces:

$$20 \times 19 = 380$$

Hay 380 embajadores en total.

13. En una despedida de soltera, a la que asistieron sólo chicas todas bailaron entre si, al menos una vez. Si en total se lograron conformar 28 parejas diferentes, el número de chicas que participaron fue:
14. Una máquina produce lapiceros de tres colores diferentes (rojo, azul y verde). Se detiene la producción cuando salgan 2 colores iguales consecutivamente, tres colores diferentes o se hayan visto cuatro lapiceros cualesquiera. ¿De cuántas maneras se puede parar la producción de la máquina?