



Materiales Educativos GRATIS

TRIGONOMETRIA

QUINTO

TRANSFORMACIONES TRIGONOMÉTRICAS DE PRODUCTO

De producto a suma o diferencia

Se suele llamar también desdoblamiento del producto y consiste en expresar un determinado producto mediante una suma o diferencia.

Para efectuar el desdoblamiento se deberá tener el doble producto de senos y/o cosenos. Los ángulos resultantes en el desdoblamiento serán la suma y la diferencia de los ángulos iniciales.

$$2\text{Sen}x\text{Cos}y = \text{Sen}(x + y) + \text{Sen}(x - y)$$

$$2\text{Cos}x\text{Sen}y = \text{Sen}(x + y) - \text{Sen}(x - y)$$

$$2\text{Cos}x\text{Cos}y = \text{Cos}(x + y) + \text{Cos}(x - y)$$

$$2\text{Sen}x\text{Sen}y = \text{Cos}(x - y) - \text{Cos}(x + y)$$

Demostración

$$2\text{Sen}x\text{Cos}y = \text{Sen}(x + y) + \text{Sen}(x - y)$$

Recordemos:

$$\text{Sen}(x + y) = \text{Sen}x \cdot \text{Cos}y + \text{Sen}y \cdot \text{Cos}x \dots \text{(I)}$$

$$\text{y } \text{Sen}(x - y) = \text{Sen}x \cdot \text{Cos}y - \text{Sen}y \cdot \text{Cos}x \dots \text{(II)}$$

Sumando (I) y (II)

$$\text{Sen}(x + y) + \text{Sen}(x - y) = 2\text{Sen}x \text{Cos}y$$

Demostración

$$2\text{Cos}x \text{Cos}y = \text{Cos}(x + y) + \text{Cos}(x - y)$$

Recordemos:

$$\text{Cos}(x + y) = \text{Cos}x \cdot \text{Cos}y - \text{Sen}x \cdot \text{Sen}y \dots \text{(I)}$$

$$\text{y } \text{Cos}(x - y) = \text{Cos}x \cdot \text{Cos}y + \text{Sen}x \cdot \text{Sen}y \dots \text{(II)}$$

Sumando (I) y (II)

$$\text{Cos}(x + y) + \text{Cos}(x - y) = 2\text{Cos}x \cdot \text{Cos}y$$

Demostración

$$2\text{Sen}x\text{Sen}y = \text{Cos}(x - y) - \text{Cos}(x + y)$$

$$\Rightarrow \text{Cos}(x - y) = \text{Cos}x \cdot \text{Cos}y + \text{Sen}x \cdot \text{Sen}y \dots \text{(I)}$$

$$\wedge \text{Cos}(x + y) = \text{Cos}x \cdot \text{Cos}y - \text{Sen}x \cdot \text{Sen}y \dots \text{(II)}$$

Restando (I) - (II)

$$\text{Cos}(x - y) - \text{Cos}(x + y)$$

Recuerda

$$\text{Sen}(x + y) \cdot \text{Sen}(x - y) = \text{Sen}^2x - \text{Sen}^2y$$

$$\text{Cos}(x + y) \cdot \text{Cos}(x - y) = \text{Cos}^2x - \text{Sen}^2y$$

Trabajando en clase

Integral

1. Reduce:

$$P = 2\text{Sen}4x \text{Cos}x - \text{Sen}5x$$

2. Calcula:

$$R = 2\text{Cos}20^\circ \text{Sen}10^\circ + \text{Sen}10^\circ$$

3. Determina el máximo valor de:

$$L = 2\text{Cos}3x \text{Cos}2x - \text{Cos}5x$$

PUCP

4. Simplifica:

$$P = \frac{2\text{Cos}3x \cdot \text{Cos}x - \text{Cos}4x}{2\text{Sen}4x \cdot \text{Cos}2x - \text{Sen}6x}$$

Resolución:

$$P = \frac{(\cancel{\text{Cos}4x} + \text{Cos}2x) - \cancel{\text{Cos}4x}}{(\cancel{\text{Sen}6x} + \text{Sen}2x) - \cancel{6\text{Sen}x}}$$

$$P = \frac{\text{Cos}2x}{\text{Sen}2x}$$

$$P = \text{Cot}2x$$

5. Simplifica:

$$N = \frac{2\text{Cos}3x\text{Sen}2x + \text{Sen}x}{2\text{Cos}4x\text{Cos}x - \text{Cos}3x}$$

6. Calcula:

$$E = \text{Sen}50^\circ(1 - 2\text{Cos}80^\circ)$$

7. Simplifica:

$$E = \frac{\frac{1}{2}\cos 2x - \cos 3x \cos x}{\cos 4x}$$

UNMSM

8. Si $3\cos 2\theta = 4\cos 8\theta$

Calcula: $M = \frac{\cos 5\theta \cdot \cos 3\theta}{\cos 2\theta}$

Resolución:

$$M = \frac{2\cos 5\theta \cdot \cos 3\theta}{2\cos 2\theta}$$

$$M = \frac{\cos 8\theta + \cos 2\theta}{2\cos 2\theta}$$

Del dato: $\frac{\cos 2\theta}{\cos 8\theta} = \frac{4}{3}$

$\rightarrow \cos 2\theta = 4k \wedge \cos 8\theta = 3k$

Reemplazando:

$$M = \frac{3k + 4k}{2(4k)} = \frac{7k}{8k} = \frac{7}{8}$$

9. Si $2\sin 9x = 5\sin x$

Calcula: $Q = \frac{\cos 4x \sin 5x}{\sin x}$

10. Reduce:

$$L = \cos^2 5x - (2\cos x \cdot \sin 6x - \sin 7x)^2$$

11. Calcula el valor de:

$$\frac{1 - 4\sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{\cos 80^\circ}$$

UNI

12. Reduce:

$$P = \sin 3x \cos 4x + \sin 3x \cos 2x - \sin 6x \cos x$$

Resolución:

$$2P = 2\cos 4x \sin 3x + 2\sin 3x \cos 2x - 2\sin 6x \cos x$$

$$2P = (\sin 7x - \sin x) + (\sin 5x + \sin x) - (\sin 7x + \sin 5x)$$

$$2P = \cancel{\sin 7x} - \cancel{\sin x} + \cancel{\sin 5x} + \cancel{\sin x} - \cancel{\sin 7x} - \cancel{\sin 5x}$$

$$2P = 0$$

$$P = 0$$

13. Reduce:

$$L = \cos 5x \cos x + \sin 4x \sin 2x + \sin 3x \sin x$$

14. Calcula el valor de:

$$E = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}$$