



TEORÍA DE CONJUNTOS

NOCIÓN DE CONJUNTO

Se entiende por conjunto a una reunión, colección o agrupación de objetos abstractos y/o concretos que pueden o no tener una característica en común, a las cuales llamamos elementos del conjunto.

Ejemplos:

- Las flores * Los números
- Los símbolos = α ; β ; 3; 8; ...

RELACIÓN DE PERTENENCIA

Elemento \in conjunto
(Pertenece)

Ejemplo: $A = \{1; 3; \{4\}; 8\}$

- $1 \in A$
- $\{4\} \in A$
- $9 \notin A$
- $\{8\} \notin A$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Es la cantidad de elementos diferentes de un conjunto.

Ejemplo:

$B = \{1; 2; 2; 3; 3\}$

$\rightarrow n(B) = 3$

DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

a. Por comprensión. (Constructiva)

Se indica una característica común a los elementos.

b. Por extensión (tabular)

Se indica uno por uno a los elementos del conjunto.

Ejemplo:

$A = \{x/x \text{ es una vocal}\}$ Comprensión

$A = \{a; e; i; o; u\}$ Extensión

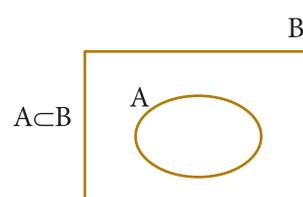


RELACIÓN ENTRE CONJUNTOS

a. Inclusión:

Conjunto $\xrightarrow{\subseteq}$ Conjunto
(Incluido en)

Ejemplo:



b. Igualdad

Dos conjuntos son iguales si sus elementos son iguales.

Ejemplo:

$$A = \{R; O; M; A\}$$

$$b = \{M; O; R; A\}$$

PRINCIPALES CONJUNTOS

a. Conjunto vacío o nulo:

No tiene elementos se denota \emptyset o $\{\}$

b. Conjunto unitario o singletón:

Posee un solo elemento.

c. Conjunto universal:

Conjunto que contiene otros conjuntos.

d. Conjunto potencia:

Subconjuntos de un conjunto referencial.

Ejemplo:

$$\text{Si } A = \{x; y\}$$

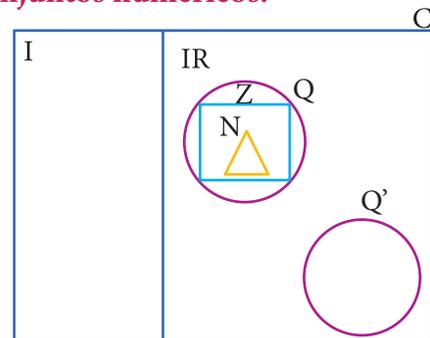
$$\rightarrow P(A) = \{\emptyset; \{x\}; \{y\}; \{x; y\}\}$$

Potencia de

$$A \quad \text{Además} = \boxed{n[P(A)] = 2^{n(A)}}$$

$$n[P(A)] = 2^2 = 4$$

e. Conjuntos numéricos:



Dónde:

\mathbb{C} : Complejos

I: Imaginarios

\mathbb{R} : Reales

Q: Racionales

Q' = Irracionales

Z: Enteros

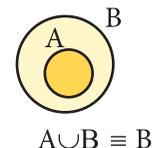
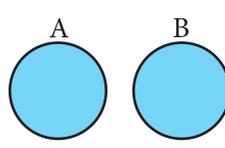
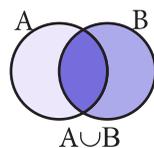
N: Naturales

CUANTIFICADORES

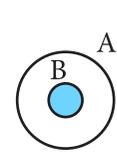
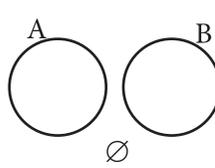
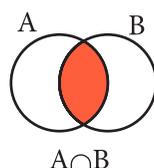
	Clase	Se lee
\forall	UNIVERSAL	Para todo
\exists	Existencial	Existen al menos un

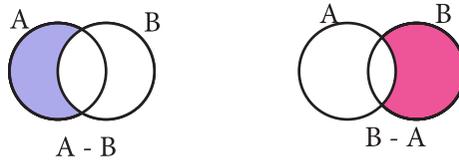
OPERACIONES

1. Unión

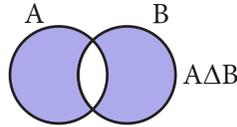


2. Intersección





4. Diferencia simétrica



5. Complemento

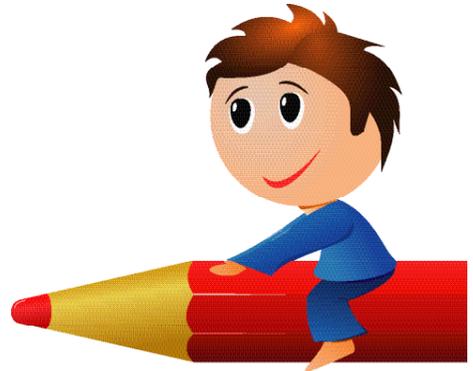
$$A' = A^C = U - A$$

$$n(A)' = n(u) - n(A)$$

Nota:

1. Conjunto disjuntos =

2. Conjuntos comparables =



TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Determina el valor de las siguientes proposiciones a partir del conjunto:

$$A = \{0;1;2;3;4;5;\{0;1\};\{3;4;5;\{\emptyset\}\}$$

- $0 \in A$ ()
- $1;2 \in A$ ()
- $\{3;4;5\} \in A$ ()
- $\{3;4;5\} \subset A$ ()
- $\emptyset \subset A$ ()
- $\{\emptyset\} \notin A$ ()
- $\{1;2\} \not\subset A$ ()
- $\{\emptyset\} \subset A$ ()

2. Si $U = \{1,2,3\}$, es el conjunto universal, determina el valor de verdad de:

- I. $\exists x, \forall y / x^2 < y + 1$
- II. $\forall x, \exists y / x^2 + y^2 < 12$
- III. $\forall x, \forall y / x^2 + y^2 < 12$
- IV. $\exists x, \exists y / x^2 + y^2 < 12$

3. Determina por extensión los siguientes conjuntos y da como respuesta la suma de sus cardinales.

$$D = \{(3x-1) \in \mathbb{Z} / x \in \mathbb{N} \wedge -2 \leq x < 5\}$$

$$S = \{(3x-1) / x \in \mathbb{N} \wedge -2 \leq x < 5\}$$

PUCP

4. Si: $A = \left\{ x / \frac{24}{x} \in \mathbb{N}^+ \right\}$ y

$$B = \left\{ y \in \mathbb{N}^+ / 18 = \overset{\circ}{y} \right\}$$

Calcula: $n(A) + n(B)$

Resolución:

$$A = \left\{ x / \frac{24}{x} \in \mathbb{N}^+ \right\} \wedge B = \left\{ y \in \mathbb{N}^+ / 18 = \overset{\circ}{y} \right\}$$

i) Si $\frac{24}{x}$ es entero, entonces x es divisor de 24.

$$A = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24\}$$

ii) Si: $18 = \overset{\circ}{y} \rightarrow$ múltiplo de "y"

$$B = \{+1; +2; +3; +6; +9; +18\}$$

$$\cap n(A + n(B) =$$

Nivel intermedio

5. Si: $D = \left\{ d / \frac{36}{d} \in \mathbb{N} \right\}$ y

$$S = \left\{ a \in \mathbb{N}^+ / 20 = \overset{\circ}{a} \right\}$$

Calcula: $n(D) + n(S)$

6. Determina el número de subconjuntos propios de M.

$$M = \left\{ x \in \mathbb{N} / x^{-x} = \frac{1}{4} \right\}$$

7. Determina el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

I. $(\forall x \in \mathbb{R}, x = x) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x + 1 > x)$

II. $(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq x) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x + 1 \neq x - 1)$

III. $(\exists x \in \mathbb{N}, x \neq 0) \rightarrow (\forall x \in \mathbb{Q}, x \neq 0)$

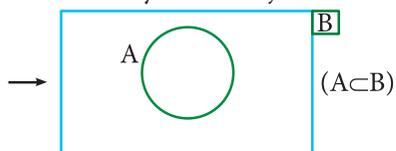
$(\exists x \in \mathbb{N}, x - 3 \leq x) \rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}, x - 1 \geq x)$

UNMSM

8. Se tiene dos conjuntos donde uno está incluido en el otro si la diferencia de los cardinales de sus conjuntos potencias es 112, indica el número del elementos que posee el conjunto que incluye al otro.

Resolución:

Sean: A y B los conjuntos.



$$2^{n(B)} - 2^{n(A)} = 112$$

$$2^7 - 2^4 = 112$$

$$128 - 16 = 112$$

$$n(B) = 7$$

$$n(A) = 4$$

Rpta.: 7

9. Se tiene dos conjuntos comparables, cuyos cardinales se diferencian en 3 y la suma de los cardinales de sus conjuntos potencias es 288. Determina el cardinal del conjunto que posee menos elementos.

10. Calcula el cardinal de P(N) a partir de los siguientes conjuntos:

$$D = \{2x / x \in \mathbb{N}; 0 < x < 6\}$$

$$A = \left\{ \frac{x+4}{2} / x \in D \right\}$$

$$N = \left\{ \frac{2y+1}{3} / y \in A \right\}$$

11. Dados los conjuntos:

$$M = \{x / x \text{ es un cuadrilátero}\}$$

$$N = \{x / x \text{ es un paralelogramo}\}$$

$$P = \{x / x \text{ es un trapecio}\}$$

$$Q = \{x / x \text{ es un trapecoide}\}$$

¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $P \not\subset M$

II. $M \in Q$

III. $Q \not\subset P$

IV. $N \notin Q$

V. $P \subset Q$

UNI

12. Calcula $n(P) - n(Q)$ si P y Q son conjuntos contenidos en U:

$$U = \left\{ \frac{x+1}{3} \in \mathbb{N} / 2 < x < 32 \right\}$$

$$P = \{x \in U / x \text{ es par}\}$$

$$Q = \{x \in U / x < 7\}$$

Resolución:

$$U = \left\{ \frac{x+1}{3} \in \mathbb{N} / 2 < x < 32 \right\}$$

$$2 < x < 32$$

$$\frac{3}{3} < \frac{x+1}{3} < \frac{33}{3}$$

$$U = \{2; 3; 4; \dots; 10\}$$

$$P = \{x \in U / x \text{ es par}\}$$

$$P = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

$$Q = \{x \in U / x < 7\}$$

$$Q = \{2; 3; 4; 5; 6\}$$

Rpta.: $n(P) - n(Q)$

$$\begin{matrix} 5 & - & 5 \\ & & 0 \end{matrix}$$

13. Calcula $n(D) + n(S)$ si D y S conjuntos contenidos en U

$$U = \left\{ \frac{x+3}{2} \in \mathbb{N} / 5 < x < 17 \right\}$$

$$D = \{d \in U / d \text{ es par}\}$$

$$S = \{s \in U / s \leq 8\}$$

14. Determina: A, B y C son conjuntos

Además:

$$n(B - C) + n(C - B) = n(C)$$

$$n(B) = n(C);$$

$$n[P(A)] + n[P(B)] = 144$$

$n(A) = n(B) + 3$ determina el valor de:

$$n[P(A)] + n[P(B \cap C)]$$

