TEORIA DE EXPONENTES

POTENCIA DE EXPONENTE ENTERO

Potenciación

Exponente

$$a^{n} = p$$

base potencia

Donde:
$a \in \mathbb{R}$
$p \in \mathbb{R}$
$n \in \mathbb{N}$

Es una operación matemática que consiste en hallar una expresión llamada potencia, multiplicando un factor denominado base, tantas veces como lo indica un elemento llamado exponente.

Exponente natural

$$a^n = \begin{cases} a; \text{si: } n = 1 \\ \underbrace{a \ldots a \ldots . a}_{\text{"n" veces}} \; ; \text{si: } n \geq 2 \end{cases}$$

Ejemplo:

$$2^5 = \underbrace{2.2.2.2.2}_{5\text{veces}} = 32$$

1. Exponente cero

$$\boxed{a^0 = 1}; \forall a \in \square - \{0\}$$

2. Exponente negativo

$$\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}; \forall a \in \square - \{0\}$$

3. Teoremas

$$a^m . a^n = a^{m+n}; \forall a \in \square ; \forall m, n \in \square$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}; \forall a \in \square ; \forall m, n \in \square$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \forall a \in \square - \{0\}; \forall m, n \in \square$$

$$(a.b)^m = a^m . b^m; \forall a, b \in \square ; \forall m \in \square$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}; \forall a \in \square ; \forall b \in \square - \{0\}; \forall m \in \square$$

Radicación

Índice

$$\sqrt[n]{a} = b$$

raíz

cantidad subradical

Sea un número real "a" y un número natural "n" mayor que uno "b" se llama raíz enésima de "a" y se denota: $b = \sqrt[n]{a}$ sólo si $b^n = a$, bajo la condición de que si "n" es par, entonces $a > 0$ y $b > 0$.

Exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^{\,m}; \frac{m}{n} \in Q; n \in \square$$

Teoremas

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \in \square - \{0\}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

$$\sqrt[m]{x\sqrt[n]{y\sqrt[p]{z}}} = \sqrt[m]{x} . \sqrt[m.n]{y} . \sqrt[mnp]{z}$$

Ecuaciones exponenciales

Es aquella donde la incógnita se encuentra únicamente en el exponente.

Teorema

Si $a^x = a^y \Rightarrow x = y; a > 0 \wedge a \neq 1$

Si $a^x = b^x \Rightarrow x = 0; \forall a \neq b; a; b \in \square - \{0\}$

Ecuaciones trascendentes

Es aquella donde la incógnita se encuentra en la base y el exponente.

Propiedad

$$x^x = y^y \rightarrow x = y; xy \neq 0$$

Ojo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

es una excepción a la regla.

$$x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{n}}}}} = n \rightarrow x = \sqrt[n]{n}; x \neq 0$$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula

$$E = 16^{2^{-2}} \div 27^{3^{-1}}$$

2. Calcula

$$R = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{23}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

3. Simplifica:

$$E = \frac{2^{3^2} - 2^{(-2)^2}}{2^5 - 1}$$

PUCP

4. Calcula "x" en la ecuación:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 112$$

Resolución:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 112$$

$$2^x\left(2 + 2^2 + 2^3\right) = 112$$

$$2^x.\cancel{14} = \cancel{112}$$

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

5. Calcula "x" en la ecuación

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 3159$$

6. Simplifica:

$$E = \frac{3^{n+3} - 3^{n+1}}{72\left(3^{n-1}\right)}$$

7. Si $25^x + 4^x = 2.(10)^x$ calcula:

$$A = (x-2)^{(x-4)(x-2)}$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$\left(\frac{3^{14} - 3^{n+4}}{3^n - 9}\right)^{\frac{1}{8}} = 3$$

Resolución:

$$\left[\left(\frac{3^{14} - 3^{n+4}}{3^n - 9}\right)^{\frac{1}{8}}\right]^8 = [3]^8 \Rightarrow \frac{3^{14} - 3^{n-4}}{3^n - 9} = 3^8$$

$$\Rightarrow 3^{14} - 3^{n+4} = 3^8\left(3^n - 3^2\right)$$

$$\Rightarrow 3^{14} - 3^{n+4} = 3^{n+8} - 3^{10}$$

$$\Rightarrow 3^{14} + 3^{10} = 3^{n+8} + 3^{n+4}$$

$$\Rightarrow 3^{10}\cancel{\left(3^4+1\right)} = 3^{n+4}\cancel{\left(3^4+1\right)}$$

$$3^{10} = 3^{n+4}$$

$$\Rightarrow 10 = n + 4$$

$$6 = n$$

9. Calcula la suma de cifras de "n" si

$$\left(\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^3}\right)^{\frac{1}{8}} = 7$$

10. Calcula a + b si "x" es un número positivo tal que:

$$\sqrt[3]{x^3\sqrt{x^2\sqrt{\sqrt{x}}}} = x^{\left(\frac{4}{a}\right)^{-1}}$$

$$\frac{7\left(3^{b-1}\right)}{9^{b+1} - 2.3^{2b}} = 3^{10}$$

11. Si $x^y=2$ (donde $x>0$) , calcula el valor de la expresión:

$$\frac{\left(4^{x^y}\right)^{x^{-y}} . \left(x^{x^y}\right)^y + \left(x^2\right)^{-y}}{2x^{2y} - 6x^{-y}}$$

UNI

12. Resuelve.

$$\left(x^{x}\right)^{x^{2}}=\sqrt[x^{7}]{10}$$

Resolución

$$\left[\left(x^{x}\right)^{x^{2}}\right]^{x^{7}}=\left[\sqrt[x^{7}]{10}\right]^{x^{7}}\Rightarrow x^{x.x^{2}.x^{7}}=1$$

$$\Rightarrow x^{x^{10}}=10$$

$$\Rightarrow x=\sqrt[10]{10}$$

13. Resuelve:

$$\frac{x^{x^{x^{9}}}}{3}=3$$

14. Calcula el valor de "b – a" de modo que se cumpla la ecuación

$$64^{b}-8^{a+b}=56.2^{6a}$$