



Materiales Educativos GRATIS

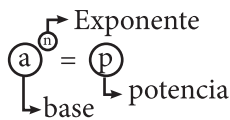
ALGEBRA

CUARTO

TEORIA DE EXPONENTES

POTENCIA DE EXPONENTE ENTERO

Potenciación



Donde:

$a \in \mathbb{R}$
 $p \in \mathbb{R}$
 $n \in \mathbb{N}$

Es una operación matemática que consiste en hallar una expresión llamada potencia, multiplicando un factor denominado base, tantas veces como lo indica un elemento llamado exponente.

Exponente natural

$$a^n = \begin{cases} a; & \text{si: } n = 1 \\ \underbrace{a \dots a \dots a}_{\text{"n" veces}}; & \text{si: } n \geq 2 \end{cases}$$

Ejemplo:

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ veces}} = 32$$

1. Exponente cero

$$\boxed{a^0 = 1}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

2. Exponente negativo

$$\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

3. Teoremas

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$$

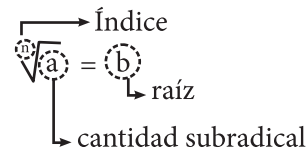
$$(a^m)^n = a^{mn}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m; \forall a, b \in \mathbb{R}; \forall m \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall b \in \mathbb{R} - \{0\}; \forall m \in \mathbb{Z}$$

Radicación



Sea un número real "a" y un número natural "n" mayor que uno "b" se llama raíz enésima de "a" y se denota: $b = \sqrt[n]{a}$ sólo si $b^n = a$, bajo la condición de que si "n" es par, entonces $a > 0$ y $b > 0$.

Exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}; \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}; n \in \mathbb{N}$$

Teoremas

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[m]{x} \sqrt[n]{y} \sqrt[p]{z} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{x^m \cdot y^n \cdot z^p}$$

Ecuaciones exponenciales

Es aquella donde la incógnita se encuentra únicamente en el exponente.

Teorema

$$\text{Si } a^x = a^y \Rightarrow x = y; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$\text{Si } a^x = b^x \Rightarrow x = 0; \forall a \neq b; a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Ecuaciones trascendentes

Es aquella donde la incógnita se encuentra en la base y el exponente.

Propiedad

$$x^x = y^y \rightarrow x = y; xy \neq 0$$

Ojo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

es una excepción a la regla.

$$x^{x \dots x} = n \rightarrow x = \sqrt[n]{n}; x \neq 0$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula

$$E = 16^{2^{-2}} \div 27^{3^{-1}}$$

2. Calcula

$$R = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{23}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

3. Simplifica:

$$E = \frac{2^{3^2} - 2^{(-2)^2}}{2^5 - 1}$$

PUCP

4. Calcula "x" en la ecuación:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 112$$

Resolución:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 112$$

$$2^x (2 + 2^2 + 2^3) = 112$$

$$2^x \cdot 14 = 112$$

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

5. Calcula "x" en la ecuación

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 3159$$

6. Simplifica:

$$E = \frac{3^{n+3} - 3^{n+1}}{72(3^{n-1})}$$

7. Si $25^x + 4^x = 2 \cdot (10)^x$ calcula:

$$A = (x-2)^{(x-4)}(x-2)$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$\left(\frac{3^{14} - 3^{n+4}}{3^n - 9} \right)^{\frac{1}{8}} = 3$$

Resolución:

$$\left[\left(\frac{3^{14} - 3^{n+4}}{3^n - 9} \right)^{\frac{1}{8}} \right]^8 = [3]^8 \Rightarrow \frac{3^{14} - 3^{n+4}}{3^n - 9} = 3^8$$

$$\Rightarrow 3^{14} - 3^{n+4} = 3^8 (3^n - 3^2)$$

$$\Rightarrow 3^{14} - 3^{n+4} = 3^{n+8} - 3^{10}$$

$$\Rightarrow 3^{14} + 3^{10} = 3^{n+8} + 3^{n+4}$$

$$\Rightarrow 3^{10} (3^4 + 1) = 3^{n+4} (3^4 + 1)$$

$$3^{10} = 3^{n+4}$$

$$\Rightarrow 10 = n + 4$$

$$6 = n$$

9. Calcula la suma de cifras de "n" si

$$\left(\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^3} \right)^{\frac{1}{8}} = 7$$

10. Calcula a + b si "x" es un número positivo tal que:

$$\sqrt[3]{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{\sqrt{x}}}} = x \left(\frac{4}{a} \right)^{-1}$$

$$\frac{7(3^{b-1})}{9^{b+1} - 2 \cdot 3^{2b}} = 3^{10}$$

11. Si $x^y = 2$ (donde $x > 0$), calcula el valor de la expresión:

$$\frac{\left(4^{x^y}\right)^{x^{-y}} \cdot \left(x^{x^y}\right)^y + \left(x^2\right)^{-y}}{2x^{2y} - 6x^{-y}}$$

UNI

12. Resuelve.

$$(x^x)^{x^2} = x^7\sqrt{10}$$

Resolución

$$\left[(x^x)^{x^2} \right]^{x^7} = \left[x^7\sqrt{10} \right]^{x^7} \Rightarrow x^{x \cdot x^2 \cdot x^7} = 1$$

$$\Rightarrow x^{x^{10}} = 10$$
$$\Rightarrow x = \sqrt[10]{10}$$

13. Resuelve:

$$\frac{x \cdot x^{x^9}}{3} = 3$$

14. Calcula el valor de "b - a" de modo que se cumpla la ecuación

$$64^b - 8^{a+b} = 56 \cdot 2^{6a}$$

