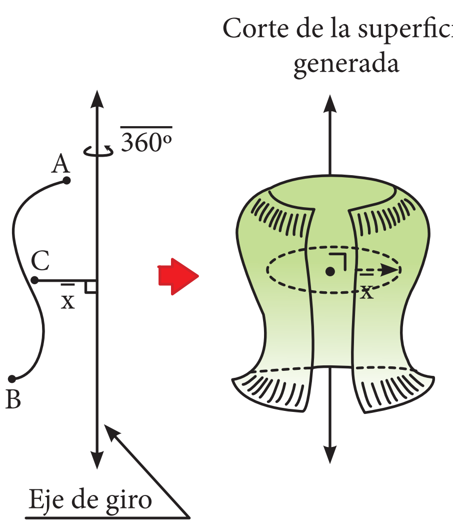
TEOREMA DE PAPPUS Y GULDIN

Superficie de Revolución

El área de la superficie generada por una línea plana al girar 360° en torno a una recta coplanar y no secante a dicha línea es igual a producto de las longitudes de la línea y de la circunferencia que describe su centroide.



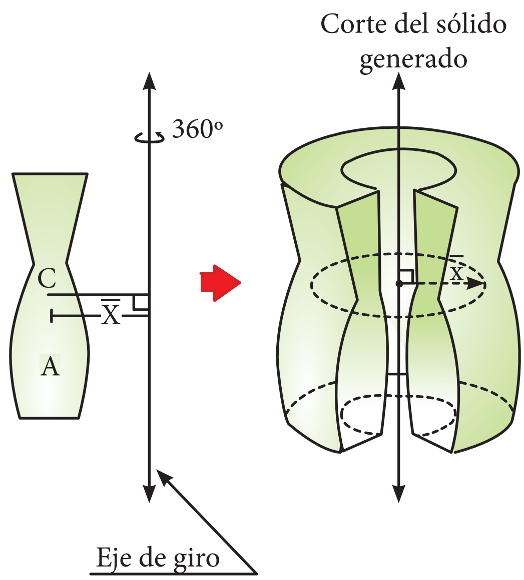
$$A_{SG} = L2\pi\overline{X}$$

$$A_{SG} = L2\pi\overline{X}$$

A_{SG} : Área de la superficie generada.
L : Longitud de la ínea AB.
C : Centroide de la línea AB.
$\overline{X}$: Radio de la circunferencia descrita por el centroide.

Sólido de Revolución

El volumen del sólido generado por una región plana al girar 360° en torno a una recta coplanar y no secante a dicha región es igual al área de la región multiplicada por la longitud de la circunferencia que describe su centroide.



$$V_{SG} = A2\pi\overline{X}$$

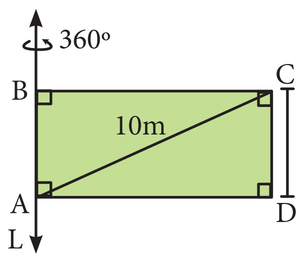
$$V_{SG} = A2\pi\overline{X}$$

V_{SG} : Volumen del sólido generado.
A : Área de la región generadora.
C : Centroide de la región generadora
$\overline{X}$: Radio de la circunferencia descrita por el centroide.

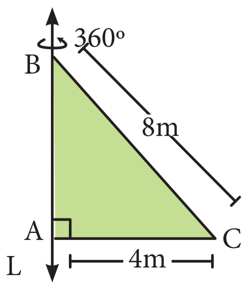
Trabajando en clase

Integral

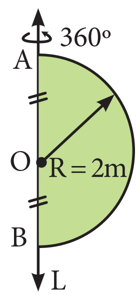
1. Calcula el volumen generado al rotar 360º alrededor de la recta $\overleftrightarrow{L}$.



2. Calcula el volumen generado al rotar la figura 360º alrededor de la recta $\overleftrightarrow{L}$.

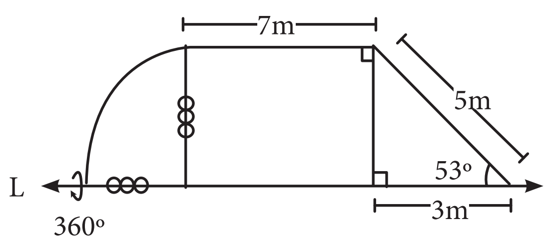


3. Calcula el volumen generado al rotar la figura 360º alrededor de la recta $\overleftrightarrow{L}$.



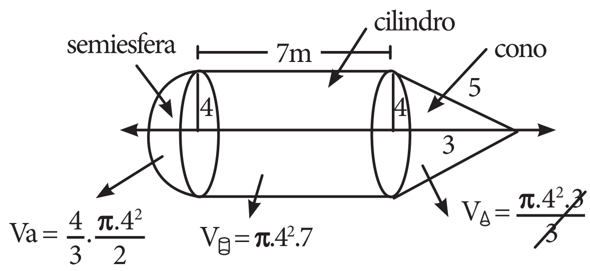
Católica

4. Calcula el volumen generado al rotar 360º alrededor de la recta $\overleftrightarrow{L}$.



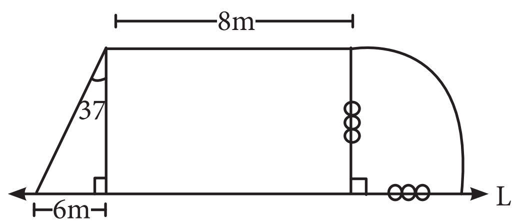
Resolución:

Observamos que se forma:

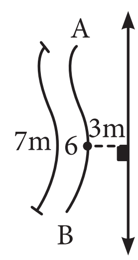


$$V_{Total} = \frac{416}{3}\pi \text{ m3}$$

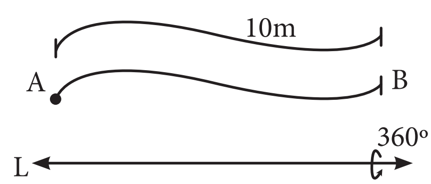
5. Calcula el volumen generado al rotar 360º alrededor de la recta «L».



6. Calcula el área generado al rotar 360º alrededor de la recta $\overleftrightarrow{L}$ («G» es el centro de gravedad de $\overline{AB}$).

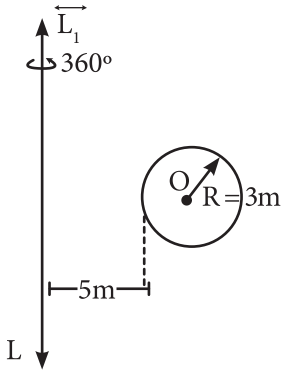


7. Calcula la distancia del centro de gravedad al eje si el área generada es 200π m^2.



UNMSM

8. Calcula el volumen generado si gira 360° con respecto al eje $\overleftrightarrow{L}$.



Resolución:

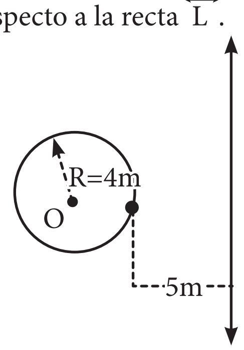
Observamos que al rotar cae:

$\Rightarrow$ Vol = $2\pi\,\overline{X}\,A$

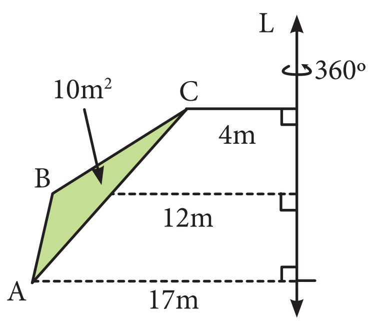
Vol = $2\pi.8.\pi 3^2$

Vol = $144\pi^2$ m^3

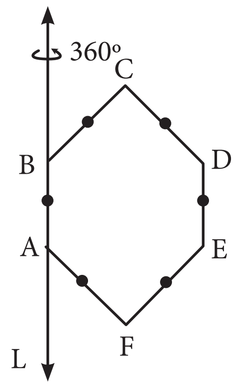
9. Calcula el volumen que genera la figura al rotar 360° con respecto a la recta $\overleftrightarrow{L}$.



10. Calcula el volumen que se genera al rotar 360° con respecto a la recta $\overleftrightarrow{L}$.



11. Calcula el volumen que se genera al rotar 360° con respecto a la recta $\overleftrightarrow{L}$.

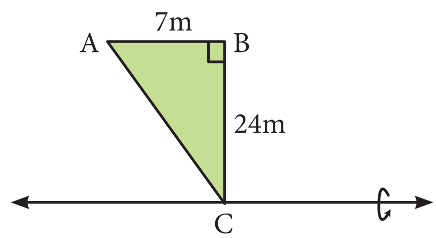


UNI

12. $\overleftrightarrow{L}$ es una recta que contiene un punto «C», ABC es un triángulo rectángulo (recto en «B») cuyo cateto $\overline{AB}$ es paralelo a la recta $\overleftrightarrow{L}$. Si BC = 24 m y AB = 7 m, entonces calcula el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar el triángulo alrededor de «L».

Resolución:

Graficamos correctamente:



$A = \dfrac{7.24}{2} = 84\ m^2$

$\overline{X} = \dfrac{24 + 24 + 0}{3} = 16\ m \Rightarrow Vd = 2\pi\,\overline{X}.A = 2688\pi\ m^3$

13. $\overleftrightarrow{L}$ es una recta que contiene un punto «C». ABC es un triángulo rectángulo (recto en «B») cuyo cateto $\overline{AB}$ es paralelo a la recta $\overleftrightarrow{L}$. Si BC = 15 m y AB = 8 m, entonces el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar el triángulo alrededor de $\overleftrightarrow{L}$ es:

14. Un triángulo isósceles cuya base es 2 a u y altura 3 a u gira alrededor de uno de sus lados. Calcula el mayor volumen del sólido que se genera.