



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

CUARTO

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

I. Tabla de frecuencias de una variable continua (agrupación en intervalos)

Es aquella tabla donde los datos originales se clasifican en intervalos de clase debido al gran número de datos.

Ejemplo:

A continuación se proporciona como datos las remuneraciones semanales (en dólares) de 50 obreros de una industria.

$$n = 50 \left\{ \begin{array}{cccccccccc} 70 & 47 & 67 & 82 & 67 & 70 & 60 & 67 & 61 & 80 \\ 65 & 70 & 57 & 85 & 59 & 70 & 57 & 73 & 77 & 58 \\ 69 & 58 & 76 & 67 & 52 & 68 & 69 & 66 & 72 & 86 \\ 76 & 79 & 77 & 88 & 94 & 67 & 77 & 54 & 93 & 56 \\ 73 & 64 & 70 & 46 & 68 & 63 & 72 & 84 & 63 & 74 \end{array} \right.$$

A. Determinación del rango (R)

Es la diferencia entre el mayor ($X_{\text{máx.}}$) y el menor ($X_{\text{mín.}}$) de los datos de la variable.

$$E = X_{\text{máx.}} - X_{\text{mín.}}$$

Del ejemplo: el rango es $R = 94 - 46 = 48$

B. Determinación del número de intervalos de clase (K)

Consiste en dividir el rango en números convenientes de intervalos de clase, generalmente del mismo tamaño.

No hay una fórmula exacta para calcular el número de intervalos de clase, sin embargo, existe tentativas y aproximaciones.

Podemos considerar dos tentativas:

- Número de clases: $K = 5$ si el número de datos (ii) es ≤ 25 y $K = \sqrt{n}$ si $n > 25$.
- Fórmula de Sturges: $K = 1 + 3,3 \log n$
Del ejemplo: $n = 50$, entonces podemos asumir:

- $K = \sqrt{50} = 7,07$; es decir, el número de intervalos de clase puede ser: 6, 7 u 8.
- $K = 1 + 3,3 \log 50 = 6,6$; es decir, el número de intervalos de clase puede ser: 6, 7 u 8.

II. Medidas de tendencia central

a) Media aritmética (\overline{MA} , \bar{x})

Llamada también media o promedio aritmético.

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{n}$$

b) Mediana (Me ; X_m)

Es aquel valor que separa en 2 grupos de igual cantidad de datos.

Para datos clasificados

Se emplea la siguiente relación:

$$Me = L_{me} + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{me-1}\right)}{F_{me}} \times w$$

c) Moda (Mo)

Es el valor que se representa con mayor frecuencia en un grupo de datos.

Para datos clasificados

Se emplea la siguiente relación:

$$Mo = L_{mo} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times w$$

donde:

$$d_1 = f_j - f_{j-1}$$

$$d_2 = f_j - f_{j+1}$$

► me : intervalo mediano correspondiente.

► $me-1$: intervalo mediano anterior al correspondiente.

C. Determinación del tamaño de los intervalos (C)

Es conveniente que los intervalos de clase sean del mismo tamaño.

$$\text{Amplitud de clase: } C = \frac{R}{K}$$

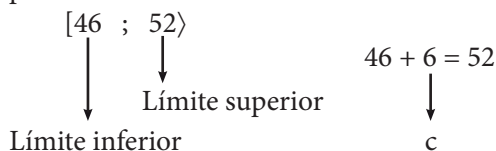
Del ejemplo, la amplitud de cada clase será:

$$C = \frac{48}{8} = 6$$

D. Determinación de los límites de clases

Se recomienda que el límite inferior del intervalo de la primera clase sea el menor de los datos, enseguida se agrega «c», para obtener el límite superior de dicha clase.

Del ejemplo, el intervalo (semiabierto) de la primera clase es:



E. Determinación de la frecuencia de clase

Consiste en determinar el número de datos que caen en cada intervalo de clase.

Del ejemplo, en la primera clase: $[46;52)$ existen dos datos, es decir: $f_1 = 2$.

F. Marca de clase (X_j)

Es el punto medio de intervalo de clase.

Del ejemplo, la marca de clase de la primera clase ($[46; 52)$) es: $\frac{46 + 52}{2} = 49$

G. Amplitud o ancho de clase (w)

Es la diferencia entre el límite superior e inferior de cada intervalo.

Ejemplo:

$$I = [46;52)$$

$$w = 52 - 46 = 6$$

Trabajando en clase

Integral

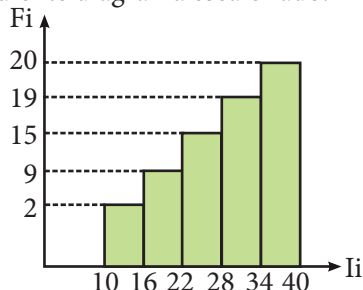
Se muestra la siguiente tabla de distribución de los trabajadores de acuerdo con los años de servicio en una empresa:

Años de servicio	Número de personas	F_j
$[0,5)$	25	a
$[5,10)$	15	b
$[10,15)$	35	c
$[15,20)$	5	80

- ¿Cuál es la frecuencia relativa correspondiente al rango $[10,15)$?
- Calcula el valor de $a + b + c$.
- ¿Cuál es la frecuencia relativa acumulada correspondiente al rango $[10,15)$?

Católica

- En el siguiente diagrama escalonado:



Calcula: $x_3 + f_2 + f_4$.

Resolución:

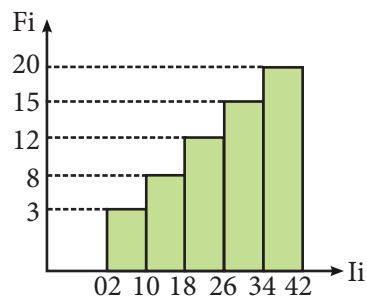
Por lo tanto:

$$x_3 + f_2 + f_4$$

$$25 + 7 + 19$$

$$\therefore 51$$

- En el siguiente diagrama escalonado:



Calcula: $x_4 + f_3 + f_2$.

El siguiente gráfico muestra los ingresos semanales de un grupo de trabajadores.

Salarios	f_j	F_j	h_j
$[200 - 240)$		8	
$[240 - 280)$			0,20
$[280 - 320)$	15		
$[320 - 360)$			0,24
$[360 - 400)$			
$n = 50$			

6. ¿Qué porcentaje de trabajadores gana 320 nuevos soles o más?
7. ¿Cuántos trabajadores ganan entre S/.280 y S/.400?

UNMSM

8. En la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

li	Xi	Fj
[5 - 15)	10	4
[15 - 25)	20	9
[25 - 35)	30	5
[35 - 45)	40	2

Calcula \bar{x} .

Resolución

$$\bar{x} = \frac{10 \times 4 + 20 \times 9 + 30 \times 5 + 40 \times 2}{20}$$

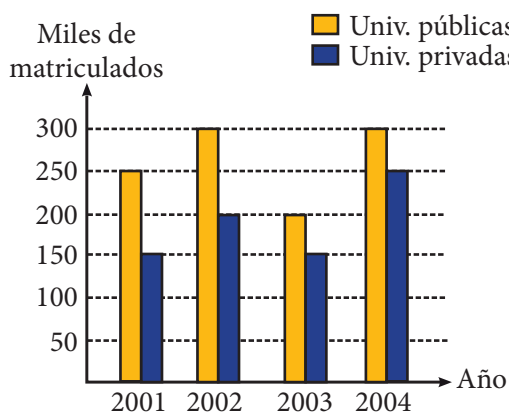
$$\bar{x} = 22,5$$

9. En la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

li	Xi	Fi
[10 - 20)	15	6
[20 - 30)	25	8
[30 - 40)	35	4
[40 - 50)	45	10

Calcula \bar{x} .

10. El gráfico muestra la evolución de la matrícula en el sistema universitario del Perú, de 2001 a 2004.



Determina el porcentaje que representa la cantidad de matriculados en las universidades privadas en los 4 años respecto el total de matriculados en el sistema universitario público. (Aproximadamente).

11. En la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Clases	f_i	h_i	Fi	Hi
[10 - 20)		0,1		
[20 - 30)				
[30 - 40)		0,3		
[40 - 50)	24			0,85
[50 - 60)	30			

Calcula f_1 .

UNI

12. Calcula el sueldo mediano correspondiente a los trabajadores de una empresa en la siguiente distribución:

Miles de nuevos soles	Nº de trabajadores	F_i
20 - 50	11	11
50 - 80	13	24
80 - 110	20	44
110 - 140	17	61
140 - 170	15	76
170 - 200	4	80
$n = 80$		

Resolución

$$1^\circ \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

2º se ubica el F_{me} inmediato superior a 40, para determinar el intervalo mediano correspondiente.

$$Me = L_{me} + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{me-1}\right)}{F_{me}} \times w$$

$$Me = 80 + \frac{(40 - 24)}{20} \times 30$$

$$Me = 80 + \frac{480}{20} \quad \therefore Me = 904$$

13. Calcula la mediana correspondiente a las calificaciones del curso de aritmética de la siguiente tabla.

Notas	fi	Fi
05 - 07	1	1
07 - 09	3	4
09 - 11	5	9
11 - 13	9	18
13 - 15	15	33
15 - 17	11	44
17 - 19	4	48

14. Se desea encontrar el consumo más frecuente de electricidad en 100 viviendas. Determina la moda.

Consumo	fi
0 - 20	10
20 - 40	15
40 - 60	30
60 - 80	20
80 - 100	12
100 - 120	8
120 - 140	5