



Materiales Educativos GRATIS

Razonamiento Matemático CUARTO

SUMAS NOTABLES

PRINCIPALES SUMAS NOTABLES

A continuación presentamos los resultados de algunas series conocidas debido a su recurrencia en ejercicios.

1. Suma de los primeros números naturales positivos:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Suma de los primeros números pares positivos:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$$

3. Suma de los primeros números impares positivos:

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n-1)}_{\text{"n" sumandos}} = n^2$$

En cada una de las sumas notables "n" representa el número de términos

4. Suma de los primeros números naturales positivos al cuadrado:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. Suma de los primeros números naturales positivos al cubo:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

6. Suma de los primeros productos binarios:

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

7. Suma de los primeros productos ternarios:

$$1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Otras sumas notables

1. Suma de potencias consecutivas de un número:

$$a^1 + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n = \frac{a(a^n - 1)}{a - 1}$$

2. Suma de las inversas de los productos de números consecutivos de 2 en 2:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

3. Suma de las inversas de los productos de números consecutivos de 3 en 3:

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el valor de la siguiente suma:

$$A = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots 256$$

2. Calcula el valor de la siguiente expresión:

$$B = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots 1806$$

3. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$C = 12^3 + 13^3 + 14^3 + 15^3 + \dots + 30^3$$

PUCP

4. Calcula el valor de "q" si se sabe que el valor de E es 33 672:

$$E = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2q$$

Solución:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2q$$

$$\underbrace{(q)}_{183 \times} \underbrace{(q+1)}_{184} = 33672$$

$$\Rightarrow q = 183$$

5. Calcula el valor de "r" en:
 $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + r = 702$
6. Calcula el valor de la siguiente serie:
 $0,1 + 0,3 + 0,5 + 0,7 + \dots + 16,1$
7. Calcula el valor de S:
 $S = 81 + 100 + 121 + 144 + \dots + 2116$

UNMSM

8. Calcula el valor de P.

$$P = 6^3 + 12^3 + 18^3 + 24^3 + \dots + 120^3$$

Solución:

Factorizando:

$$P = 6^3 (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 20^3)$$

$$P = 6^3 \left(\frac{20 \cdot 21}{2} \right)^2 = (216)(44100)$$

$$= 9525600$$

9. Calcula el valor de M:

$$M = 9^3 + 18^3 + 27^3 + 36^3 + \dots + 288^3$$

10. Si la suma de 40 números enteros consecutivos es 980, ¿cuál es la suma de los 40 siguientes números consecutivos?

11. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$S = 11(2) + 22(3) + 33(4) + 44(5) + \dots (30 \text{ sumandos})$$

UNI

12. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$\underbrace{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + 3^2 \times 4 + 4^2 \times 5 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

Solución:

La serie equivale a:

$$1^2(1+1) + 2^2(2+1) + 3^2(3+1) + 4^2(4+1) + \dots + 20^2(20+1)$$

$$1^3 + 1^2 + 2^3 + 2^2 + 3^3 + 3^2 + 4^3 + 4^2 + \dots + 20^3 + 20^2$$

$$= \underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2}_{\frac{20 \times 21 \times 41}{6}} + \underbrace{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3}_{\left(\frac{20 \times 21}{2} \right)^2}$$

$$= 2870 + 44100 = 46970$$

13. Calcula el valor de Q:

$$Q = 1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + 3^2 \times 4 + 4^2 \times 5 + \dots + 66^2 \times 67$$

14. Si $S_1; S_2; S_3; \dots S_{20}$ son la suma de los 20 primeros términos de una P.A. cuyos primeros términos son igual a 1 y sus razones son 1, 3, 5, 7, ..., respectivamente, calcula:

$$M = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{20}$$

