



Materiales Educativos GRATIS

Razonamiento Matemático TERCERO

SUCESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

¿QUÉ ES UNA SUCESIÓN?

Una sucesión es un conjunto de elementos (números, letras o figuras) ordenados de forma que se puede distinguir al primero, al segundo, al tercero, etc, de acuerdo a una determinada ley de formación, fórmula de recurrencia o criterio de orden. En este capítulo estudiaremos específicamente el tema de las sucesiones numéricas.

1. Sucesión aritmética, lineal o de 1.º orden

Es aquella sucesión en la que se cumple que la diferencia de dos términos consecutivos (el de mayor posición menos el de menor posición) es constante.

Ejemplo:

$$\begin{array}{cccccc}
 1.^\circ & 2.^\circ & 3.^\circ & 4.^\circ & 5.^\circ & \\
 8 & ; & 14 & ; & 20 & ; & 26 & ; & 32 & ; & \dots
 \end{array}$$

$\xrightarrow{+6}$ $\xrightarrow{+6}$ $\xrightarrow{+6}$ $\xrightarrow{+6}$

Las sucesiones aritméticas están regidas por una fórmula de recurrencia, llamada término enésimo, el cual se calcula con la siguiente fórmula:

$$t_n = r \times n + t_0$$

r: razón aritmética

n: posición de cada término

t₀: término anterior al primero (t₀ = t₁ - r)

2. Sucesión geométrica

Es aquella sucesión en la que se cumple que el cociente de dos términos consecutivos (el de mayor posición entre el de menor posición) es constante.

Ejemplo:

$$\begin{array}{cccccc}
 1.^\circ & 2.^\circ & 3.^\circ & 4.^\circ & 5.^\circ & \\
 2 & ; & 6 & ; & 18 & ; & 54 & ; & 162 & ; & \dots
 \end{array}$$

$\xrightarrow{\times 3}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $\xrightarrow{\times 3}$

Las sucesiones geométricas están regidas por una fórmula de recurrencia, llamada término enésimo, el cual se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

t₁: primer término

q: razón geométrica

n: posición de cada término

3. Sucesión polinomial

Es aquella sucesión cuyo término enésimo tiene la forma de un polinomio de variable "n", donde n ∈ ℤ⁺.

$$t_n = a_1 \times n^k + a_2 \times n^{k-1} + a_3 \times n^{k-2} + \dots + a_k \times n + a_{k+1}; k \in \mathbb{Z}^+$$

Dentro de las sucesiones polinomiales podemos identificar, dependiendo del valor de "k", a las sucesiones lineales, cuadráticas, etc. De manera general, el término enésimo de una sucesión polinomial es:

$$\begin{array}{cccccccc}
 t_1 & , & t_2 & , & t_3 & , & t_4 & , & t_5 & , & t_6 & , & \dots & , & t_n
 \end{array}$$

$\xrightarrow{+r_1}$ $\xrightarrow{+r_2}$ $\xrightarrow{+r_3}$ $\xrightarrow{+r_4}$ $\xrightarrow{+r_5}$
 $\xrightarrow{+s_1}$ $\xrightarrow{+s_2}$ $\xrightarrow{+s_3}$ $\xrightarrow{+s_4}$
 $\xrightarrow{+u_1}$ $\xrightarrow{+u_2}$ $\xrightarrow{+u_3}$
 $\xrightarrow{+v}$ $\xrightarrow{+v}$ ← Constante

$$t_n = t_1 + \frac{r_1(n-1)}{1} + \frac{s_1(n-1)(n-2)}{1 \times 2} + \frac{u_1(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \times 2 \times 3} + \frac{v(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

Advertencia Pre

En los exámenes de admisión de la UNMSM, la sucesión polinomial de segundo orden, es un tipo de pregunta recurrente.

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el término enésimo de la siguiente sucesión:

$$7; 11; 15; 19; \dots$$

Resolución:

2. ¿Qué número continúa?

$$2; 5; 8; 11; \dots$$

3. Calcula la cantidad de términos de la siguiente sucesión:

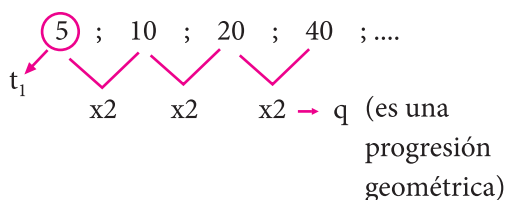
$$13; 16; 19; 22; \dots; 82$$

PUCP

4. Calcula el término enésimo de la siguiente sucesión:

$$5; 10; 20; 40; \dots$$

Resolución



Entonces: $t_n = t_1 \times q^{n-1}$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ t_n = 5 \times 2^{n-1} \end{matrix}$$

Rpta.:

$$t_n = 5 \times 2^{n-1}$$

5. Calcula el término enésimo de la siguiente sucesión:

$$4; 12; 36; 108; \dots$$

6. Calcula el término de lugar 15 de la siguiente sucesión:

$$1; 3; 9; 27; \dots$$

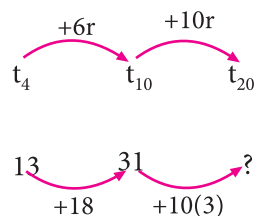
7. Calcula la cantidad de términos de la siguiente sucesión:

$$4; 8; 16; 32; \dots; 2048$$

UNMSM

8. En una progresión aritmética el cuarto término es 13 y el décimo término es 31. Calcula el vigésimo término.

Resolución:



$$\Rightarrow 6r = 18$$

$$r = 3$$

$$\Rightarrow t_{20} = 31 + 10(3)$$

$$t_{20} = 61$$

Respuesta:

$$t_{20} = 61$$

9. Si el segundo y noveno término de una progresión aritmética son 7 y 28, respectivamente, determina el vigésimo término de dicha progresión.

UNMSM 2011-II

10. Calcula el término enésimo en cada una de las siguientes sucesiones:

a) $3; 6; 12; 24; \dots$

b) $5; 11; 17; 23; \dots$

11. Calcula el término de lugar 15, en cada una de las siguientes sucesiones:

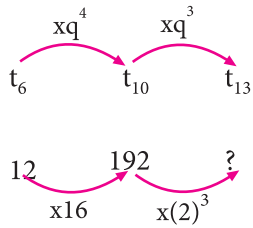
a) $67; 61; 55; 49; \dots$

b) $2; 6; 18; 54; \dots$

UNI

12. En una progresión geométrica el sexto término es 12 y el décimo término es 192. Calcula el décimo tercer término.

Resolución



$$\Rightarrow q^4 = 16$$
$$q = 2$$

$$\Rightarrow t_{13} = 192 \times (2)^3$$
$$t_{13} = 1536$$

Rpta.:

$$t_{13} = 1536$$

13. En una progresión geométrica el tercer término es 2 y el séptimo término es 162. Calcula el noveno término.

14. Calcula el número de término en cada una de las siguientes sucesiones:

a) 11; 14; 17; 20; ...; 101

b) 6; 12; 24; 48; ...; 192

ESQUEMA FORMULARIO

Sucesión aritmética : $t_n = t_0 + n \cdot r$

Sucesión geométrica : $t_n = t_1 \cdot q^{n-1}$

Sucesión cuadrática : $t_n = an^2 + bn + c$