



Materiales Educativos GRATIS

Razonamiento Matemático CUARTO

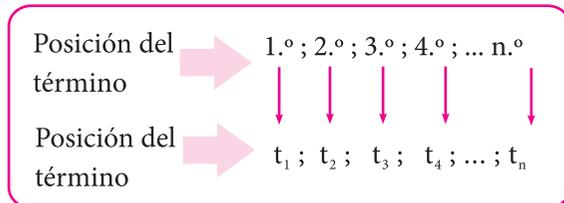
SUCESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

DEFINICIÓN

Una sucesión es un conjunto de elementos que pueden ser números, letras o figuras, ordenados de manera que se puede distinguir cuál es el primero, el segundo, el tercero y así sucesivamente, de acuerdo con una ley de formación, fórmula de recurrencia o criterio de orden, según sea el caso.

1. Sucesión numérica

Es aquella cuyos elementos son números. De forma general, podemos observar:



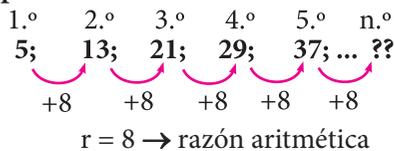
Veamos algunos ejemplos de sucesiones numéricas:

- a) 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33; ...
- b) 8; 24; 72; 216; 648; 1944; ...
- c) 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; ...
(sucesiones de Fibonacci)

2. Sucesión aritmética, lineal o de primer orden

Es aquella en la que se cumple que la diferencia de dos términos consecutivos (el de mayor posición menos el de menor posición) es constante.

Ejemplo:



Donde:

$$\begin{aligned} t_1 &= 5 \Rightarrow 8(1) - 3 \\ t_2 &= 13 \Rightarrow 8(2) - 3 \\ t_3 &= 21 \Rightarrow 8(3) - 3 \\ t_4 &= 29 \Rightarrow 8(4) - 3 \\ t_5 &= 37 \Rightarrow 8(5) - 3 \\ &\vdots \\ t_n &= 5 \Rightarrow 8(n) - 3 \end{aligned}$$

De manera general el término enésimo (t_n) de toda sucesión aritmética se calcula así:

$$t_n = t_1 + r(n - 1)$$

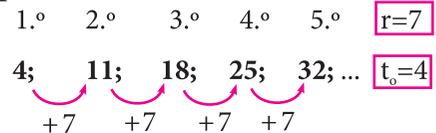
r : razón aritmética
 t_1 : término de posición 1
 n : posición de término

Aunque de forma práctica, lo puedes calcular de la siguiente manera:

$$t_n = t_1 + r(n - 1)$$

r : razón aritmética
 n : posición de término
 t_0 : término anterior al primero
 (to = $t_1 - r$)

Ejemplo:

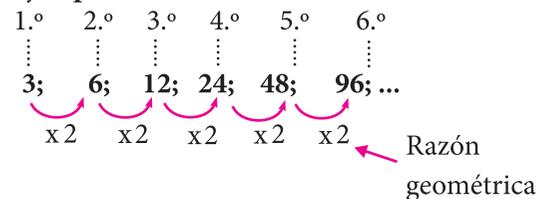


$$\therefore t_n = 7n + 4$$

3. Sucesión geométrica

Es aquella sucesión en la que se cumple que el cociente de dos términos consecutivos (el de mayor posición entre el de menor posición) es constante.

Ejemplo:



Se puede observar que:

$$\begin{aligned} t_0 &= 3 \times 2^0 \\ t_1 &= 3 \times 2^1 \\ t_2 &= 3 \times 2^2 \\ t_3 &= 3 \times 2^3 \\ t_4 &= 3 \times 2^4 \\ &\vdots \\ t_n &= 3 \times 2^{n-1} \end{aligned}$$

De manera general:

Término enésimo:

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

t_1 : primer término

q : razón geométrica

n : posición de cada término

4. Sucesión cuadrática de 2.º orden

Es aquella sucesión cuyo término enésimo es de la forma:

$$t_n = an^2 + bn + c; \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

Ejemplo:

Para calcular el término enésimo de una sucesión cuadrática, emplearemos un método práctico:

$$\begin{aligned} c &= t_0 \quad t_1; \quad t_2; \quad t_3; \quad t_4; \quad t_5; \quad \dots \\ &\quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ a+b &= S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots \\ &\quad \quad \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 2a &= \quad \quad \quad +r \quad +r \quad +r \quad +r \end{aligned}$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el término 30 de la siguiente sucesión:
7; 11; 15; 19 ...

2. Determina el término 12 en la siguiente sucesión:
3; 6; 12; 24; ...

3. Calcula $t_{15} + t_{24}$ si se sabe que:
26; 31; 36; 41; ...

PUCP

4. Calcula la razón de la siguiente P.A. de 1er grado:

$$\underbrace{2; \dots; 59}_{20 \text{ términos}}$$

Solución:

$$r = \frac{t_n - t_1}{n-1} \Rightarrow r = \frac{59-2}{20-1} = 3$$

5. Calcula la razón de la siguiente P.A. de:

$$\underbrace{15; \dots; 288}_{21 \text{ términos}}$$

6. En una sucesión geométrica creciente de tres términos, se multiplican el primer término por 4, el segundo por 7 y el tercero por 6, obteniéndose una progresión aritmética. Si el segundo término de la P.A. es 42, calcula el tercer término de la P.G.

7. Calcula el sexto término negativo de la sucesión:

$$247; 240; 233; 226 \dots$$

UNMSM

8. En una P.G. el quinto término es 5 y el octavo término es 135. ¿Cuál es el séptimo término de dicha progresión?

Solución:

$$\frac{t_8}{t_5} = q^{(8-5)} \Rightarrow \frac{135}{5} = q^3$$

$$q = 3$$

$$\frac{t_7}{t_5} = q^{(7-5)} \Rightarrow \frac{x}{5} = 3^2$$

$$x = 45$$

9. En una P.G., el décimo segundo término es 128. Si el noveno término es 16, calcula el término 16.

10. En una P.A., de 1er grado el $T_{30} = 246$. Si $T_{15} = 14$, calcula T_{17}

11. Si se ordenan los números 3; 7 y 1 en forma ascendente, y a cada uno se le suma una misma cantidad, se obtiene un P.G. calcula la suma de las cifras del cuarto término de la progresión.

UNI

12. Calcula el número de términos que tiene una progresión aritmética si se sabe que el primer término y la razón son la semisuma y la semidiferencia de los números "a" y "b" ($a \neq b$), respectivamente. Además, el último término de dicha progresión es "4a - 3b".

Solución:

$$T_n = T_1 + (n-1)r$$

$$4a - 3b = \frac{a+b}{2} + (n-1)\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$7a - 7b = (n-1)(a-b)$$

$$7\left(\frac{a-b}{a-b}\right) = n-1$$

$$n = 8$$

13. Si el primer término de un a P.A. "a + b" y la razón es "a - b", ¿cuántos términos posee dicha sucesión si el último término es "12a - 10b"?

14. Tres números cuya suma es 36 están en P.A. si se les añade 1; 4 y 43, respectivamente los resultados formarán una P.G., ¿cuáles son los números iniciales?