SERIES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

SERIE

Es la adición indicada de los términos de una sucesión.

Ejemplo:

- $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \ldots + 40$
- $3 + 6 + 12 + 24 + \ldots + 1536$

SERIE LINEAL O ARITMÉTICA

Adición indicada de los términos de una sucesión lineal o aritmética.

Para hallar la suma de dicha adición debemos aplicar:

$$\boxed{S = \frac{(t_1 + t_n)n}{2}}$$

Donde:

t_1 = 1er término
t_n = último término
n = número de términos

SERIE GEOMÉTRICA

Adición indicada de los términos de una sucesión geométrica.

Tenemos dos tipos de series geométricas:

- **Serie geométrica finita**
  Serie con una cantidad limitada de términos.
  Para ello la suma de dicha serie debemos aplicar:

$$\boxed{S = t_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)}$$

Donde:

t_1 = 1er término
q = razón geométrica
n = número de términos

- **Serie geométrica infinita convergente**
  Serie geométrica con una cantidad ilimitada de términos donde:

$$\boxed{0 < |q| < 1}$$

Para hallar la suma de dicha serie debemos aplicar:

$$\boxed{S = \frac{t_1}{1 - q}}$$

Donde:

t_1 = 1er término
q = razón geométrica

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Calcula el valor de "S + A" si:

$S = 4 + 7 + 10 + 13 + \ldots + 61$

$A = \underbrace{2 + 6 + 10 + 14 + \ldots}_{\text{20 sumandos}}$

2. Calcula el valor de "$\frac{S}{A}$" si:

$S = 18 + 6 + 2 + \frac{2}{3} + \ldots$

$A = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \ldots$

3. Si el segundo término de una progresión geométrica es 4 y el quinto es 32, ¿cuál es la suma de los diez primeros términos de dicha progresión?

PUCP

4. Calcula: "M" si:

$$M = \frac{1}{6} + \frac{2}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{2}{6^4} + \frac{1}{6^5} + \frac{2}{6^6} + \ldots$$

Resolución:

Multiplicamos a todo por 36, entonces tendríamos:

$$M = 6 + 2 + \underbrace{\frac{1}{6} + \frac{2}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \ldots}_{M}$$

$36\,M = 8 + M$

$35\,M = 8$

$M = \frac{8}{35}$

5. Calcula: "C" si:

$$C = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{2}{3^5} + \frac{3}{3^6} + \frac{1}{3^7} + \ldots$$

6. Si: $S_n = n(n + 5)$ indica la suma de los "n" primeros términos de una sucesión finita. ¿Cuál es la suma de los términos comprendidos entre el término 12 y 18?

7. Hallar el valor de "A" si:

$$A = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \ldots$$

UNMSM

8. Una deuda de 4500000 soles será pagada de la siguiente manera S/.5000 el primer mes, S/.15000 el segundo, S/.25000 el tercero, S/.35000 el cuarto mes y así sucesivamente. ¿En cuántos meses la deuda quedará cancelada?

(UNMSM 2008 – II)

Resolución:

Asumimos que son "n" meses los que usa para pagar la deuda tendríamos:

$$\underbrace{5000 + 15000 + 25000 + 35000 + \ldots}_{\text{"n" sumandos}} = 4500000$$

$t_n = 10000n - 5000$

$$\Rightarrow S = \frac{(\cancel{5000} + 10000n - \cancel{5000})n}{2} = 4500000$$

$5000n^2 = 4500000$

$n^2 = 900$

$n = 30$

En 30 meses cancelará la deuda.

9. Don Paulino reparte entre todos sus nietos 245 caramelos, dándole a cada uno 5 más que el anterior. Si repartió todos los caramelos y el último nieto recibió 47 caramelos, ¿cuántos nietos tiene Don Paulino?

10. Si: $A = \frac{1}{5} + \frac{4}{25} + \frac{1}{125} + \frac{4}{625} + \ldots$ y

$$B = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \ldots$$

Halla: "8A + 2B"

11. En la sucesión: 5; 8; 11; 14; …
La suma de los "n" primeros términos es 1274. Determine "n + 2"

(UNMSM 2007 – II)

UNI

12. Calcula el valor de:

$$\frac{\overbrace{2 + 6 + 18 + 54 + \ldots}^{20 \text{ sumandos}}}{\underbrace{3 + 9 + 27 + 81 + \ldots}_{19 \text{ sumandos}} + 1}$$

Resolución:

Calculamos el valor de cada serie:

$$\overbrace{2 + 6 + 18 + 54 + \ldots}^{20 \text{ sumandos}} = \cancel{2}\left(\frac{3^{20} - 1}{\cancel{3 - 1}}\right) = 3^{20} - 1$$

×3 ×3 ×3

$$\overbrace{3 + 9 + 27 + 81 + \ldots}^{19 \text{ sumandos}} = 3\left(\frac{3^{19} - 1}{3 - 1}\right) = \frac{3^{20} - 3}{2}$$

Entonces tenemos:

$$\frac{3^{20} - 1}{\frac{3^{20} - 3}{2} + 1} = \frac{3^{20} - 1}{\frac{3^{20} - 1}{2}} = 2$$

13. Calcula: "A + B" si:

$$A = \underbrace{2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \ldots}_{25 \text{ términos}}$$

$$B = \underbrace{8 + 16 + 32 + 64 + \ldots}_{20 \text{ términos}}$$

14. Halla el valor de "A" en:

$$\underbrace{6 + 66 + 666 + 6666 + \ldots + 666\ldots66}_{\text{"n" sumandos}}$$