



Materiales Educativos GRATIS

Razonamiento Matemático PRIMERO

SERIES GEOMÉTRICAS

I. SERIE GEOMÉTRICA

Es la adición indicada de los términos de una sucesión geométrica.

Sucesión geométrica:

2; 6; 18; 54; 162; 486; ...



$\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

Serie geométrica:

$2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$

Para calcular el valor de una serie geométrica emplearemos una relación que deduciremos a continuación.

Ejemplo:

Calcula el valor de la siguiente serie:

$S = 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$

Para calcular el valor de S, podemos efectuar la adición directamente; sin embargo, emplearemos un método deductivo que nos permita calcular el valor de cualquier serie geométrica.

$$\begin{array}{r}
 2S = \cancel{16} + \cancel{32} + \cancel{64} + \cancel{128} + \cancel{256} + \cancel{512} + 1024 \\
 S = 8 + \cancel{16} + \cancel{32} + \cancel{64} + \cancel{128} + \cancel{256} + 512
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2S \\ S \end{array}} \right\} \ominus$$

$$2S - S = 8 \times 2^7 - 8$$

$$(2-1)S = 8(2^7-1)$$

Observamos

$$S = \frac{\text{Primer término} \cdot 8(2^7-1)}{(2-1)}$$

Número de términos

Razón

En general:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n = t_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$



$\times q \quad \times q \quad \times q$

t_1 : primer término

t_n : número de términos

r: razón geométrica

n: término enésimo

Observación:

En el caso de las series geométricas encontramos un caso particular; pues existen series geométricas infinitas que pueden ser sumadas; estas son llamadas series geométricas infinitas convergentes. Para poderlas reconocer, basta con observar su razón, la que debe cumplir con la condición: $0 < q < 1$. De cumplirse, el valor de la serie se calculará mediante la siguiente relación:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + \infty = \frac{t_1}{1-q}$$

t_1 : primer término q : razón geométrica

Advertencia pre

En los exámenes de admisión de todas las universidades los ejercicios de series geométricas son recurrentes, por ello debes tener en cuenta lo siguiente:

- ▶ El cálculo del valor de una serie depende del valor del primer término.
- ▶ Una serie es la adición indicada de los términos de una sucesión.
- ▶ Para calcular el valor de una serie de cuadrados o cubos perfectos es necesario que se pasen las fórmulas

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el término que continúa:
 $1^1; 3^4; 9^7; 27^{10}; 81^{13}; \dots$
2. Calcula el valor de Z.
 $Z = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{9 \text{ términos}}$
3. Calcula S.
 $S = 21 + 7 + 7/3 + 7/9 + \dots \times$

Católica

4. Calcula el valor de H.
 $H = 2 + 6 + 18 + 54 + \dots$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{10 \text{ términos}}$

Resolución:

$$H = \frac{2(3^{10}-1)}{3-1} = \frac{2(3^{10}-1)}{2} = 3^{10}-1$$

$$P = 1640$$

5. Calcula el valor de R.
 $R = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{11 \text{ términos}}$
6. Calcula el valor de la siguiente serie:
 $S = 64 + 32 + 16 + 8 + \dots$
7. Calcula el valor de P
 $P = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 2187$

UNMSM

8. Calcula el valor de la serie:
 $S = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 729$

Resolución:

$$T_n = t_1 q^{n-1} \Rightarrow 729 = 3 \times 3^{n-1} \Rightarrow 3^6 = 3^n \rightarrow n=6$$

Luego:

$$R = \frac{3(3^6-1)}{3-1} \Rightarrow R = 1092$$

9. Calcula el valor de la serie:
 $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 384$

10. Calcula el valor de la serie:
 $B = 64 - 32 + 16 - 8 + 4 + -2 + \dots$

11. Calcula:
 $k = 0,2 + 0,6 + 1,8 + 5,4 + \dots + 48,6$

UNI

12. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$A = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots$$

Resolución:

$$q = \frac{2}{3} \quad A = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3}} \Rightarrow A = 3$$

13. Calcula el valor de las series:

$$P = 36 + 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$$

14. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$N = \frac{1}{6} + \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{4}{6^4} + \dots$$