SERIES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

SERIE ARITMÉTICA

Es la adición indicada de los términos de una sucesión aritmética.

- **Sucesión aritmética**

  8; 14; 20; 26; 32; 38; 44

- **Serie aritmética:**

  8 + 14 + 20 + 26 + 32 + 48 + 44

Para calcular el valor de una serie aritmética, emplearemos la siguiente relación:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n = \frac{(t_1 + t_n)n}{2}$$

xq xq xq

SERIE GEOMÉTRICA

Es la adición indicada de los términos de una sucesión geométrica.
Ejemplo:

A. Sucesión geométrica:

- 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; …

B. Serie geométrica:

- 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + …

En el caso de las series geométricas, podemos identificar dos tipos:

C. Serie geométricas finita

Es aquella que tiene una cantidad limitada de términos.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n = t_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

xq xq xq

- t_1: primer término
- n: número de términos
- q: razón geométrica

D. Serie geométrica infinita

Es aquella que tiene una cantidad ilimitada de términos. Solo se puede calcular el valor de las series geométricas si estas son convergentes.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots \infty = \frac{t_1}{1 - q}$$

xq xq xq

t_1: primer término
q: razón geométrica
Donde: $0 \leq |q| \leq 1$
Ejemplo:

¿Cómo resolvemos una serie aritmética de orden superior?

Pasos que se deben seguir:

1.º Calculamos el término general de la sucesión aritmética superior.
Por ejemplo, si tenemos:
$t_n = 2n^2 + 3$

2.º Necesitamos saber cuántos términos hay, es decir, debemos reemplazar en el término general desde el primero hasta el último.

3.º Supongamos que son 20 términos, es decir, desde n = 1 hasta n = 20. Para nuestro ejemplo, aplicamos de la siguiente manera:
$2(1)^2 + 3 + 2(2)^2 + 3 + 2(3)^2 + 3 + \dots + 2(20)^2 + 3$

Para calcular el resultado aplicamos sumas notables.

Advertencia Pre
En la UNI, las preguntas sobre series frecuentemente son acerca de áreas al infinito.

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{8 + 13 + 18 + 23 + ...}_{20 \text{ términos}}$$

2. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$M = \underbrace{4 + 8 + 16 + 32 + ...}_{10 \text{ términos}}$$

3. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$E = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + ...\infty$$

PUCP

4. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$A = 9 + 13 + 17 + 21 + \ldots + 77$$

Resolución

$$5\ ;\ 9\ ;\ 13\ ;\ 17\ ;\ 21\ ;\ ....\ ;\ 77$$

t_0 +4 +4 +4 +4 → r t_n

$$\Rightarrow t_n = t_0 + n \cdot r$$
$$t_n = 5 + n(4)$$
$$t_n = 4n + 5$$

Luego calculamos la cantidad de términos:

$t_n = 77$
$4n + 5 = 77$
$4n = 72$

Calculamos el valor de la serie:

$$A = \frac{(t_1 + t_n)}{2} \cdot n \Rightarrow A = \frac{(9+77)}{2} \times 18$$
$$A = 774$$

Rpta.:
774

5. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$C = 14 + 17 + 20 + 23 + \ldots + 80$$

6. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$R = 3 + 6 + 12 + 24 + \ldots + 1536$$

7. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$M = 9 + 3 + 1 + \frac{1}{2} + ...\infty$$

UNMSM

8. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$E = 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1{,}1 + \ldots + 4{,}4$$

Resolución:

$$E = 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1{,}1 + \ldots + 4{,}4$$

Multiplicamos la serie por 10:
$\Rightarrow 10E = 2 + 5 + 8 + 11 + \ldots + 44$
Luego:

t_1

$$-1\ ;\ 2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ ....\ ;\ 44$$

t_0 +3 +3 +3 +3 → r t_n

$$\Rightarrow t_n = t_0 + n \cdot r$$
$$t_n = -1 + n(3)$$
$$t_n = 3n - 1$$

Luego calculamos la cantidad de términos:
tn = 44
3n – 1 = 44
3n = 45 ⇒ n = 15

Calculamos el valor de la serie:

$$10E = \frac{(2+44)}{2} \cdot 15$$
$$10E = 345$$
$$\Rightarrow E = 34{,}5$$

Rpta.:
34,5

9. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$A = 0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}9 + 1{,}3 + \ldots + 6{,}1$$

10. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$M = \underbrace{3 + 6 + 12 + 24 + ...}_{30 \text{ términos}}$$

11. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$S = 8 - 4 + 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + ...\infty$$

UNI

12. De la siguiente serie, calcula el valor de "m".

$$7 + 10 + 13 + 16 + \dots + m = 171$$

Resolución

$$\underset{t_0}{4} \;;\; \underset{t_1}{7} \;;\; 10 \;;\; 13 \;;\; 16 \;;\; .... \;;\; + \underset{t_n}{m}$$

$$+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3 \rightarrow r$$

$$\Rightarrow t_n = t_0 + n \cdot r$$

$$t_n = 4 + n(3)$$

$$t_n = 3n + 4$$

Calculamos la cantidad de términos:

$t_n = m$

$3n + 4 = m$

$$\Rightarrow n = \frac{m-4}{3}$$

En valor de la serie es:

$$\left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) \cdot n = 171$$

$$\left(\frac{7+m}{2}\right) \cdot \left(\frac{m-4}{3}\right) = 171$$

$$(m+7)(m-4) = 171 \times 2 \times 3$$

$$= 19 \times 9 \times 2 \times 3$$

$$(m + \underbrace{7)(m}_{-11} - 4) = \underbrace{38 \text{ x } 27}_{-11}$$

$m + 7 = 38$

$m = 31$

Rpta.:

$m = 31$

13. Calcula el valor de "x/2" si:

$2 + 4 + 26 + 38 + \dots + x = 816$

UNI 2006-I

14. Determina la suma de los 50 primeros términos de la sucesión:

2; 5; 5; 3; 4, 5; 7; 3; …

UNI 2006 - I