



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

TERCERO

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

FORMA GENERAL

Presenta la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + C = 0; a \neq 0$$

a, b y c son constantes; x \rightarrow incógnita

Además:

- $ax^2 \Rightarrow$ término cuadrático
- a \Rightarrow coeficiente cuadrático
- bx \Rightarrow término lineal
- b \Rightarrow coeficiente lineal
- c \Rightarrow término independiente

Ejemplos:

- $3x^2 + 2x + 5 = 0$
Se observa: a = 3; b = 2; c = 5
Término cuadrático: $3x^2$
Coeficiente cuadrático: 3
Término lineal: 2x
Coeficiente lineal: 2
Término independiente: 5
- Ten en cuenta que toda ecuación de segundo grado presenta dos raíces « x_1 » y « x_2 », pero una o dos soluciones.
- Se define el discriminante (Δ) de la ecuación de segundo grado.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplos:

- Define el discriminante de la siguiente ecuación:
 $2x^2 - x + 3 = 0$;
a = 2; b = -1; c = 3

Calculando el discriminante (Δ)

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(3)$$

$$\Delta = 1 - 24 \rightarrow \Delta = -23$$

- Define el discriminante: $x^2 - 2x - 5 = 0$
a = 1; b = -2; c = -5
Calculando el discriminante:
 $\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-5)$
 $\Delta = 4 + 20 \rightarrow \Delta = 24$

- Define el discriminante:

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$a = 4; b = 4 \text{ y } c = 1$$

Calculando el discriminante (Δ)

$$\Delta = 4^2 - 4(4)(1)$$

$$\Delta = 16 - 16 \rightarrow \Delta = 0$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Por factorización

Se aplica fundamentalmente el criterio de factorización por aspa simple, factor común y diferencia de cuadrados.

a. Para ecuaciones incompletas

Se llaman incompletas porque le falta uno de los términos. Presentan las siguientes formas:

- $ax^2 + bx = 0$

Ejemplos:

- Resuelve: $x^2 + 5x = 0$
Por factor común: $\underbrace{x}_{0}(\underbrace{x+5}_{0}) = 0$

Se iguala a cero cada factor:

$$x = 0 \text{ o } x + 5 = 0$$

$$x = 0 \text{ o } x = -5$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{0; -5\}$$

- $ax^2 + c = 0$

Ejemplos:

- Resuelve: $x^2 - 16 = 0$
Por diferencia de cuadrados
 $x^2 - 4^2 = 0$
 $\underbrace{(x+4)}_{0} \underbrace{(x-4)}_{0} = 0$

Se iguala a cero cada factor:

$$x + 4 = 0 \text{ o } x - 4 = 0$$

$$x = -4 \text{ o } x = 4$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{-4; 4\}$$

b. Para ecuaciones completas

Es cuando aparecen todos los términos. Presenta la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Ejemplos:

❖ Resuelve: $x^2 - 5x + 6 = 0$

Por el método de aspa simple:

Los factores se forman en forma horizontal

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow -3 \rightarrow -3x \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow -2 \rightarrow -2x \\ -5x \end{array} \right\} (+)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x-3)}_0 \underbrace{(x-2)}_0 = 0$$

Se iguala a cero cada factor:

$$x - 3 = 0 \text{ o } x - 2 = 0$$

$$x = 3 \text{ o } x = 2$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{2; 3\}$$

❖ Resuelve: $x^2 + 3x - 18 = 0$

Por el método de aspa simple:

Los factores se forman en forma horizontal

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 3x - 18 = 0 \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow +6 \rightarrow +6x \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow -3 \rightarrow -3x \\ +3x \end{array} \right\} (+)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x+6)}_0 \underbrace{(x-3)}_0 = 0$$

Se iguala a cero cada factor:

$$x + 6 = 0 \text{ o } x - 3 = 0$$

$$x = -6 \text{ o } x = 3$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{-6; 3\}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el discriminante en cada ecuación:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $3x^2 - x + 2 = 0$

c) $2x^2 + 8x + 8 = 0$

2. Calcula el discriminante de la siguiente ecuación:

$$mx^2 + (2m - 2)x + m = 0$$

3. Resuelve:

$$x^2 - 81 = 0$$

UPCP

4. Resuelve:

$$3x^2 - 75 = 0$$

e indica la mayor raíz.

Resolución:

$(3x^2 - 75 = 0)$ simplificamos

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 5^2 = 0$$

$$\underbrace{(x+5)}_{=0} \underbrace{(x-5)}_{=0} = 0$$

$$x + 5 = 0 \vee x - 5 = 0$$

$$x = -5 \vee x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{-5; 5\}$$

Rpta.: Mayor raíz es 5.

Obs:
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

5. Resuelve:

$$5x^2 - 45 = 0$$

indica la menor raíz.

6. Resuelve:

$$3x^2 - 10x = 0$$

da como respuesta la menor raíz.

7. Resuelve:

$$(2x + 1)^2 = x^2 + 1$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

da como respuesta la suma de raíces.

Resolución:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 5x - 24 \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow -8 \rightarrow -8x \\ \rightarrow x \swarrow \nearrow +3 \rightarrow +3x \\ -5x \end{array} \right\}$$

Los factores se toman en forma horizontal.

$$\underbrace{(x-8)}_{=0} \underbrace{(x+3)}_{=0} = 0$$

$$x - 8 = 0 \vee x + 3 = 0$$

$$x = 8 \vee x = -3$$

$$\text{C.S.} = \{-3; 8\}$$

Rpta.: suma de raíces = 5

9. Resuelve:

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

10. Resuelve:

$$6x^2 - 5x - 6 = 0$$

indica el producto de raíces.

11. Resuelve:

$$(x - 5)(x + 2) = 18$$

luego indica la mayor raíz.

UNI

12. Si el discriminante de $x^2 + (m - 3)x + m + 1 = 0$ es igual a -11 , calcula el valor de «m».

Resolución:

$$a = 1; b = m - 3; c = m + 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$-11 = (m - 3)^2 - 4(1)(m + 1)$$

$$-11 = m^2 - 6m + 9 - 4m - 4$$

$$0 = m^2 - 10m + 16$$

$$m \quad \leftarrow \quad -8$$

$$m \quad \leftarrow \quad -2$$

$$\underbrace{(m - 8)}_{=0} \underbrace{(m - 2)}_{=0} = 0$$

$$m - 8 = 0 \vee m - 2 = 0$$

$$m = 8 \quad \vee \quad m = 2$$

$$\therefore m = \{2; 8\}$$

13. Si el discriminante de $x^2 + mx + m - 3 = 0$ es igual a 12, calcula el valor de «m».

14. Resuelve:

$$\frac{4x^2 - 3x + 5}{x^2 - 2x + 13} = 2$$

da como respuesta la mayor raíz.