



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

SEGUNDO

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. Definición

Una ecuación cuadrática es aquella que después de reducirla, se obtiene a un polinomio de grado 2.

2. Forma general

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a \neq 0$$



Donde:

«x» es la incógnita

a, b, c son números reales

Ejemplos:

$$5x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$7x^2 + x + 3 = 0$$

Una ecuación de segundo grado o cuadrática tiene 2 raíces que se les asigna los símbolos: « x_1 ; x_2 », de modo que el conjunto solución (C. S.) se escribe así:

$$C. S. = \{x_1; x_2\}$$

3. Resolución de ecuaciones cuadráticas

Resolver una ecuación cuadrática, significa encontrar las raíces o soluciones de esta.

A. Ecuaciones incompletas

1. Si $b = 0$, tenemos la ecuación:

$$ax^2 + c = 0$$

Se resuelve despejando x^2 y usando la propiedad de la raíz cuadrada; esto es:

Si $x^2 = c \Leftrightarrow x \geq 0$, entonces:

$$x = \pm \sqrt{c}$$

Ejemplo:

Resuelve: $2x^2 - 18 = 0$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$\rightarrow x_1 = 3; x_2 = -3$$

$$\therefore C. S. = \{-3; 3\}$$

2. Si $c = 0$, tenemos la ecuación:

$$ax^2 + bx = 0$$

Se resuelve factorizando y aplicando el principio del producto cero.

Ejemplo:

Resuelve:

$$6x^2 + 24x = 0$$

$$6x(x + 4) = 0$$

Usamos el principio del producto cero:

$$6x = 0 \quad \vee \quad x + 4 = 0$$

$$x = 0 \quad \quad \quad x = -4 \quad \rightarrow C. S. = \{-4; 0\}$$

B. Ecuaciones completas

- Si $b \neq 0$ y $c \neq 0$, tenemos la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a \neq 0$$

1. Se resuelve factorizando por aspa simple.

Ejemplo:

Resuelve:

$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$3x \quad \times \quad -1 = -x$$

$$x \quad \times \quad -2 = -6x$$

$$\boxed{-7x}$$

Factorizando:

$$(3x - 1)(x - 2) = 0$$

entonces:

$$3x - 1 = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

$$x = 1/3 \quad \quad \quad x = 2$$

$$C. S. = \{1/3; 2\}$$

2. Si el trinomio « $ax^2 + bx + c$ » no es factorizable por aspa simple, se usará la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

Ejemplo:

Resuelve: $x^2 - 7x + 2 = 0$

$a = 1$; $b = -7$; $c = 2$

Reemplazamos en la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2}; x_2 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2}$$

$$C. S. = \left\{ \frac{7 + \sqrt{41}}{2}; \frac{7 - \sqrt{41}}{2} \right\}$$

C. Reconstrucción de la ecuación cuadrática

Si conocemos las raíces x_1 y x_2 de la ecuación de segundo grado, la ecuación será:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

donde:

$$S = x_1 + x_2 \quad \wedge \quad P = x_1 \cdot x_2$$

Recuerda

La gráfica de una ecuación de 2.º grado (ecuación cuadrática) es la cónica, llamada parábola.

Trabajando en clase

Integral

1. Resuelve e indica la menor solución:

$$5x^2 - 45 = 0$$

2. Resuelve e indica la menor solución:

$$x^2 - 15x = 0$$

3. Resuelve y luego indica la menor raíz:

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

PUCP

4. Calcula el valor de «m», si se sabe que $x = 3$ es la solución de la ecuación de segundo grado.

$$x^2 - mx + 27 = 0$$

Resolución:

Como $x=3$ es la solución de la ecuación, entonces lo reemplazamos en «x».

$$(3)^2 - m(3) + 27 = 0$$

$$9 - 3m + 27 = 0$$

$$36 = 3m$$

$$12 = m$$

∴ el valor de «m» es 12.

5. Calcula el valor de «m» si $x = 2$ es la solución de la ecuación:

$$x^2 - mx + 8 = 0$$

6. Resuelve: $9x^2 - 4 = 0$

7. Resuelve e indica la mayor raíz de $7a^2 - 14a = 0$

UNMSM

8. Resuelve e indica la menor raíz de la siguiente ecuación:

$$2x^2 + 5x - 4 = 0$$

Resolución:

Como no se puede factorizar por aspa simple, usaremos la fórmula general:

$a = 2$; $b = 5$; $c = -4$

Reemplazamos:

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{57}}{4}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{57}}{4}$$

∴ la menor raíz es $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{57}}{4}$

9. Resuelve e indica la mayor raíz de $x^2 + 5x - 2 = 0$

10. Reconstruye la ecuación cuadrática cuyas raíces son -3 y -5 .

11. Reconstruye la ecuación cuadrática cuyas raíces son 10 y -5

UNI

12. Resuelve: $(x + 2)(x - 3) = 6$

Resolución:

$$(x + 2)(x - 3) = 6$$

$$x^2 - 3x + 2x - 6 = 6$$

$$x^2 - x - 6 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x \quad - 4 = -4x$$

$$x \quad + 3 = +3x$$

$$\boxed{-x}$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -3$$

$$\text{C.S.} = \{-3; 4\}$$

13. Resuelve:

$$(x + 1)(x - 5) = 16$$

14. Si la raíz de $(b + 1)x^2 + bx - 3 = 0$ es 2, calcula el valor de «b».

