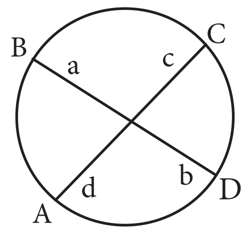
RELACIONES MÉTRICAS EN LAS CIRCUNFERENCIAS

- **TEOREMA DE LAS CUERDAS**

  Si en una circunferencia se trazan dos cuerdas secantes, entonces se cumple que el producto de multiplicar las longitudes de los segmentos determinan sobre cada cuerda son iguales.

  Si :

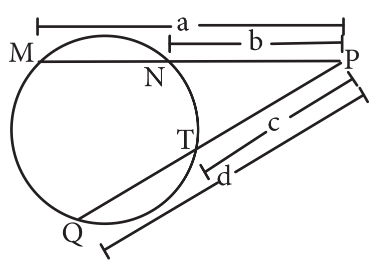


$$\boxed{ab = cd}$$

- **TEOREMA DE LAS SECANTES**

  Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan dos o mas secantes entonces el productos de multiplicar las longitudes de la secante y su parte externa es una constante.

  Si:

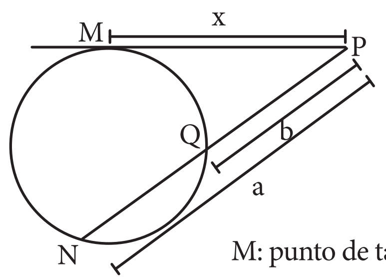


$$\boxed{ab = cd}$$

- **TEOREMA DE LA TANGENTE**

  Si por un punto exterior a una circunferencia se traza una tangente y una secante, se cumple que el cuadrado de la longitud de la tangente es igual al producto de multiplicar las longitudes de la secantes con su parte externa

  Si:



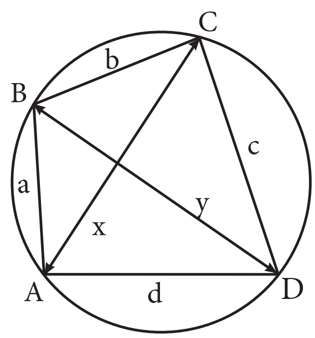
M: punto de tangencia

$$\boxed{x^2 = ab}$$

- **TEOREMA DE PTOLOMEO**

  En todo cuadrilátero inscrito o inscriptible se cumple que el producto de multiplicar las longitudes de sus diagonales es igual a la suma de los productos de multiplicar las longitudes de sus lados opuestos.

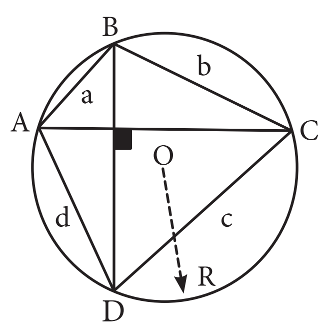
  Si:



$$\boxed{x \times y = ac + bd}$$

- **TEOREMA DE ARQUÍMEDES**

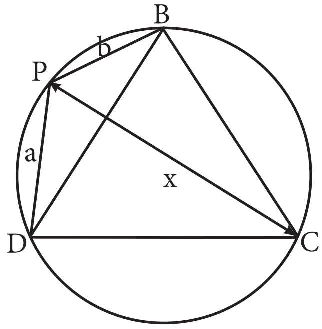
  Si:



$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 8R^2}$$

- ## TEOREMA DE CHADU

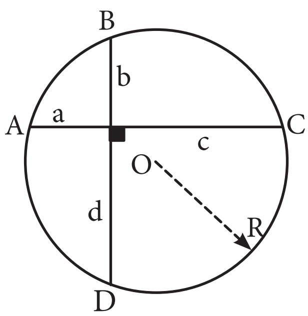
Si:



$$\boxed{x = a + b}$$

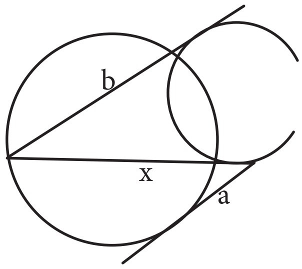
- ## TEOREMA DE FAURE

Si:



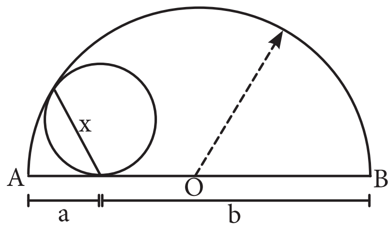
$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4R^2}$$

Si:



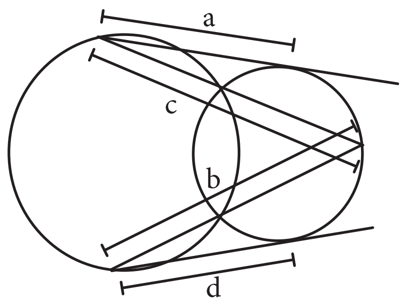
$$\boxed{x^2 = a^2 + b^2}$$

Si:



$$\boxed{x = \frac{\sqrt{2}\,ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

Si:

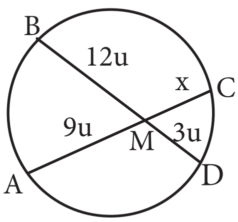


$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2 + d^2}$$

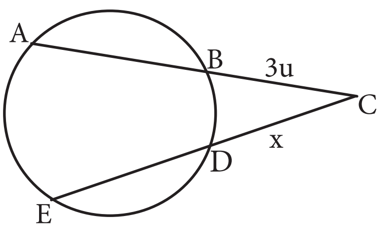
Trabajando en clase

Integral

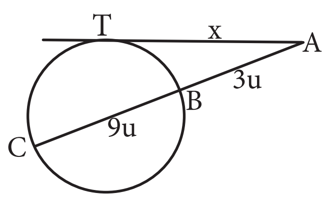
1. Calcula «x».



2. Calcula «x», Si AC = 7u y EC = 6u



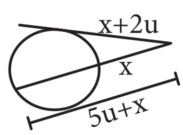
3. Calcula «x», si T es punto de tangencia.



Resolución

Del gráfico. TQ = PQ = 2u+x

T. tangente



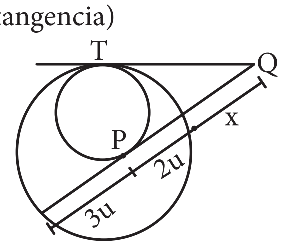
$(x+2)^2 = (5+x)^x$

$\cancel{x^2} + 1x + 4 = 5x + \cancel{x^2}$

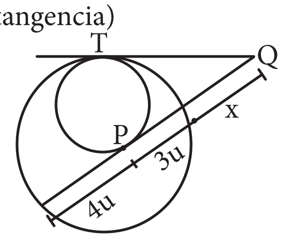
x = 4u

PUCP

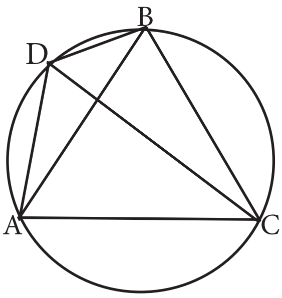
4. Calcula «x». (T y P: punto de tangencia)



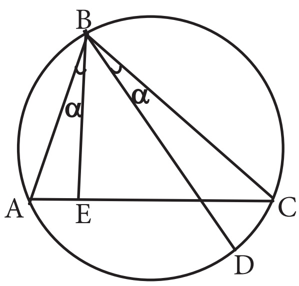
5. Calcula «x», (T y P: puntos de tangencia)



6. Si ABC es un triángulo equilátero y AD + BD = 10u, calcula DC.

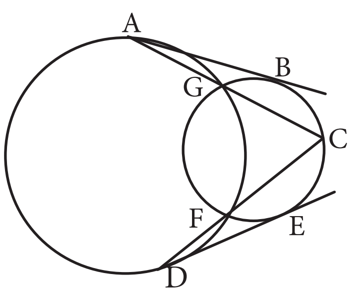


7. Demostrar que (AB)(BC) = (BE)(BD). (Teorema de las isogonales).



UNMSM

8. Demostrar: $(AB)^2 + (CD)^2 = (DE)^2 + (AC)^2$, si B y E son puntos de tangencia.



Resolución

1) Teorema de la tangente:
$(AB)^2 = (AG)(AC)$
2) Teorema de la tangente:
$(DE)^2 = (DF)(CD)$
3) Teorema de la secante:
$(CG)(AC) = (CF)(CD)$

pero:

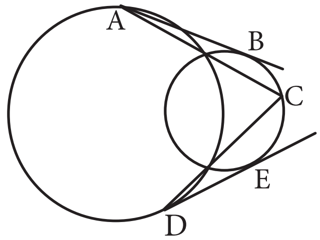
$(AC-AG)(AC)=(CD-DF)(CD)$

$(AC)^2-(AG)(AC)=(CD)^2-(DF)(CD)$

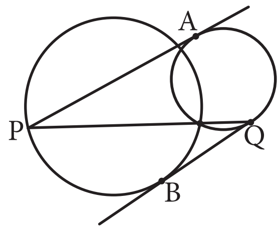
$(AC)^2-(AB)^2 = (CD)^2-(DE)^2$

$(AC)^2+(DE)^2 = (AB)^2+(CD)^2$

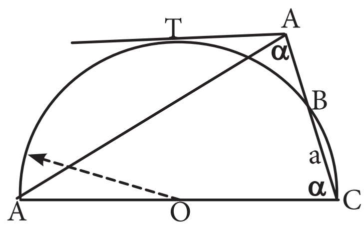
9. Calcula $(AB)^2 + (CD)^2$, si AC = 6u, DE = 4u, si B y E son puntos de tangencia



10. Si AP = 8u y BQ = 6u
Calcula PQ (A y B son puntos de tangente)

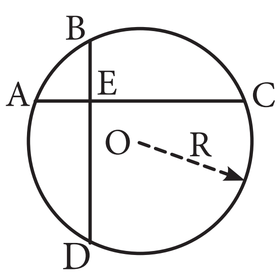


11. Calcula «AT», si T es punto de tangencia



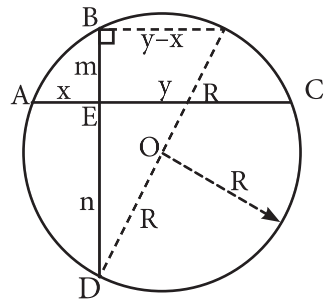
UNI

12. Demostrar:
$(AE)^2 + (EC)^2 + (BE)^2 + (DE)^2 = 4R^2$.
(teorema de faure)



Resolución

Se traza el diámetro $\overline{DE}$, luego se une B y E, luego se deduce que BE = y–x



◺EBD :Pitágoras

$(y-x)^2+(m+n)^2 = (2R)^2$

$y^2-2xy+x^2+m^2+2mn+n^2 = 4R^2$

pero por el teorema de cuerdas:

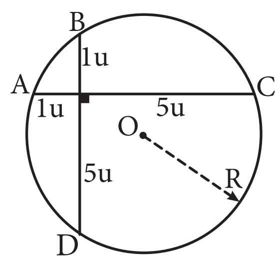
$xy = mn$

entonces:

$x^2+y^2+m^2+n^2 = 4R^2$

$(AE)^2+(EC)^2+(BE)^2+(DE)^2= 4R^2$

13. Calcular «R»



14. Calcula (AC)(DB).