Materiales Educativos GRATIS

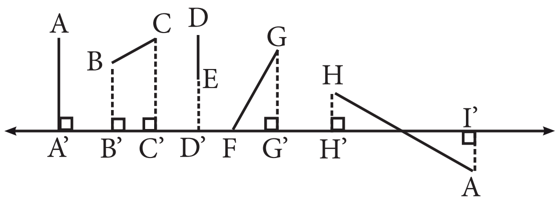
GEOMETRIA CUARTO

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Proyección ortogonal sobre una recta

Se denomina proyección ortogonal de un punto sobre una recta al pie de la perpendicular trazada del punto a la recta, los puntos que pertenecen a la recta son proyecciones de sí mismo.

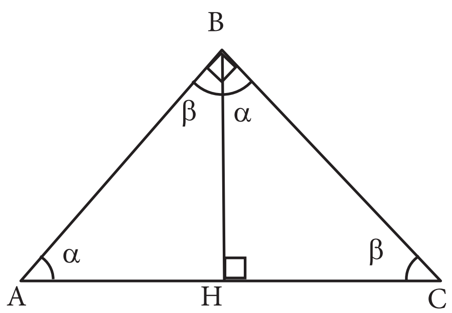
Se denomina proyección de un segmento sobre una recta a la porción de recta comprendida entre las proyecciones de los extremos del segmento, esta proyección es también un segmento excepto cuando el segmento que se proyecta es perpendicular a la recta, en tal caso, la proyección es un punto.



A': Proyección de A sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$
$\overline{B'C'}$: Proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$
D' : Proyección de $\overline{DE}$ Sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$
$\overline{FG'}$: Proyección de $\overline{FG}$ Sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$
$\overline{H'I'}$: Proyección de $\overline{HI}$ sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$

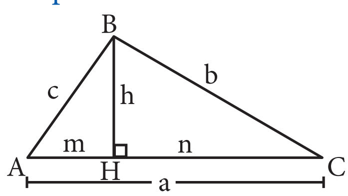
Relaciones métricas en el triángulo rectángulo

En todo triángulo rectángulo; al trazar la menor altura se forman dos triángulos los cuales son semejantes al triángulo rectángulo dado.



En el triángulo rectángulo ABC
$\overline{AB}$ y $\overline{BC}$: catetos
$\overline{AC}$: hipotenusa
$\overline{BH}$: altura (menor)
$\overline{AH}$: proyección ortogonal de $\overline{AH}$ sobre $\overline{AC}$
$\overline{CH}$: proyección ortogonal de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$
Se cumple: $\Delta ABC \sim \Delta AHB \sim \Delta BHC$

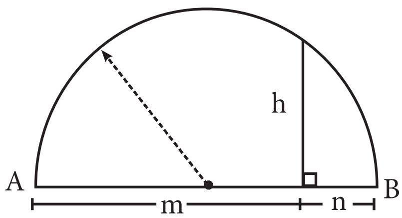
Propiedades



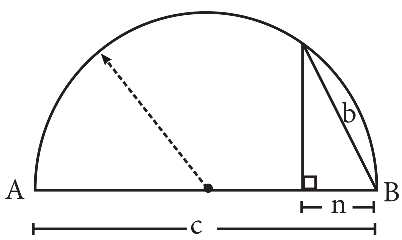
1. $a^2 = b^2 + c^2$
2. $h^2 = m \cdot n$
3. $h = \dfrac{bc}{a}$
4. $c^2 = ma$; $b^2 = na$

Propiedades adicionales

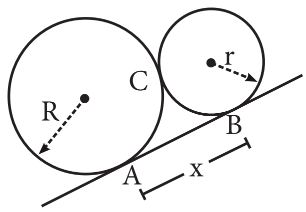
1. En el gráfico: $\overline{AB}$: diámetro
   Se cumple: $\boxed{h^2 = mn}$



2. En el gráfico: $\overline{AB}$: diámetro
   Se cumple: $\boxed{b^2 = cn}$



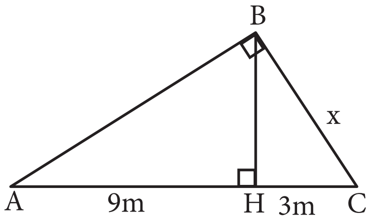
3. En el gráfico: A, B y C son puntos de tangencia
   Se cumple: $\boxed{x = 2\sqrt{Rx}}$



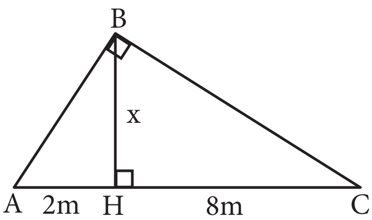
Trabajando en clase

Integral

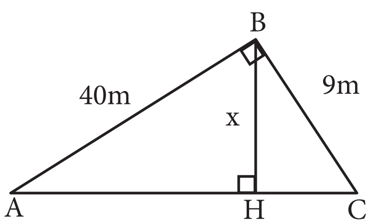
1. Del gráfico, calcula «x».



2. Del gráfico, calcula «x».

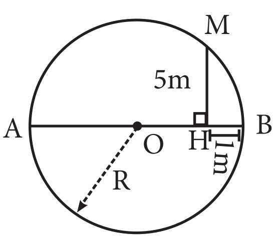


3. Del gráfico, calcula «x».

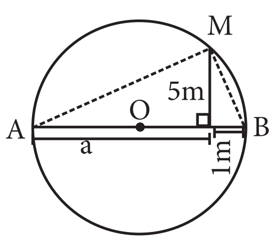


PUCP

4. Del gráfico, calcula «R» si «O» es centro.



Resolución:



Usamos la propiedad

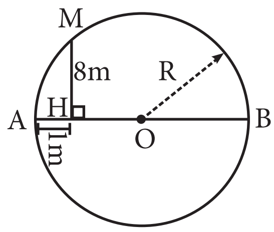
$5^2 = a1 \rightarrow a = 25$ m

$\Rightarrow$ $2R = a + 1$

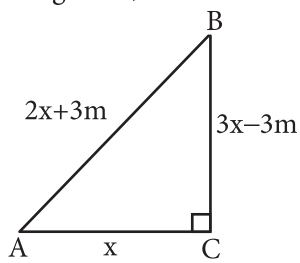
$2R = 26$

$R = 13$ m

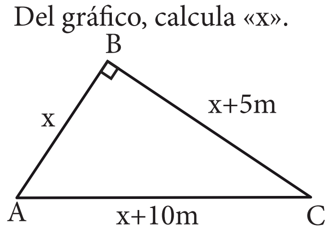
5. Del gráfico, calcula «R» si «O» es centro.



6. Del gráfico, calcula «x».



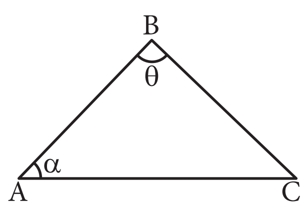
7. Del gráfico, calcula «x».



UNMSM

8. En el triángulo ABC de la figura tiene perímetro igual a

$\dfrac{AC}{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}$, si AB = BC, calcula $\alpha + \theta$.



Resolución:

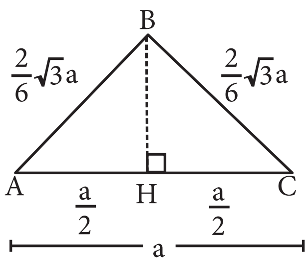
Acomodamos el dato:

$$\frac{AC}{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})} \Rightarrow \frac{AC}{2\sqrt{3}-3} \cdot \frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}+3}$$

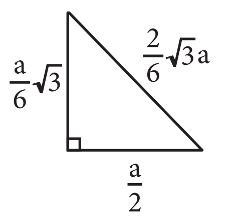
$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}\,AC + 3AC}{3} + \frac{2\sqrt{3}\,AC}{3}$$

$+ AC$

Colocamos en el triángulo



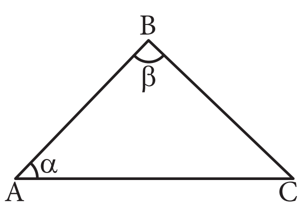
Trazamos la altura del triángulo.



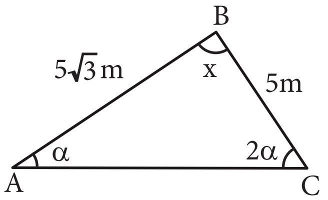
$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$ y $\dfrac{\theta}{2} = 60^\circ$

$\rightarrow \alpha + \theta = 150^\circ$

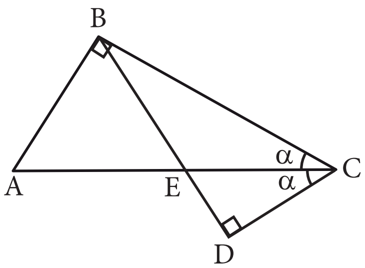
9. En el triángulo ABC de la figura tiene perímetro igual a $AC\left(1 + \dfrac{5}{3}\right)$cm. Si AB = BC, calcula $\alpha + \beta$.



10. Calcula el valor del ángulo de la figura adjunta.

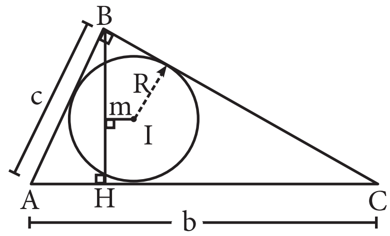


11. En la figura, calcula AB, dado que: (AE) (AC) = 128 m^2.

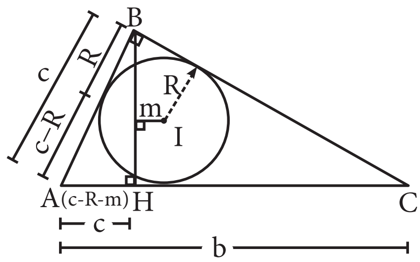


UNI

12. La figura muestra una circunferencia de radio «R» inscrita en el triángulo rectángulo ABC. Calcula «R» en función de «m», b y c. «I» es incentro del triángulo ABC.



Resolución:



Aplicamos la propiedad:

$C^2 = (C - R - m)\, b$

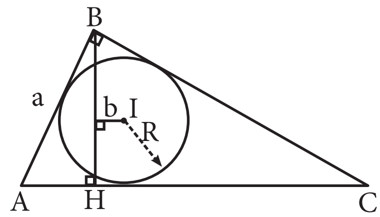
$C^2 = bc - bR - bm$

$bR = b(c - m) - c^2$

$R = \dfrac{bc - m - c^2}{b}$

$R = \dfrac{C(b - c)}{b} - m$

13. La figura muestra una circunferencia de radio «R» inscrita en el triángulo rectángulo ABC. Calcula el valor de la hipotenusa en función de «R», «a» y «b». «I» es incentro del triángulo ABC.



14. En la figura mostrada M, N y P son puntos de tangencia, «O» y «O'» centro de circunferencia.

Si $PM = \sqrt{3}\,PN$, calcula $\dfrac{r'}{r}$.