



# Materiales Educativos GRATIS

## GEOMETRIA

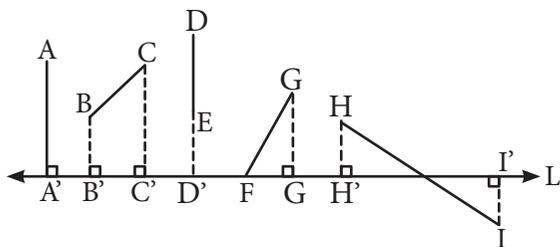
## QUINTO

# RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

### PROYECCIÓN ORTOGONAL SOBRE UNA RECTA

Se denomina proyección ortogonal de un punto sobre una recta al pie de la perpendicular trazada del punto a la recta. Los puntos que pertenecen a la recta son proyecciones de sí mismo.

Se denomina proyección de un segmento sobre una recta a la porción de recta comprendida entre las proyecciones de los extremos del segmento. Esta proyección es también un segmento, excepto cuando el segmento que se proyecta es perpendicular a la recta, en tal caso, la proyección es un punto.



$A'$  : Proyección de  $A$  sobre  $\vec{L}$

$\vec{B'C'}$  : Proyección de  $\vec{BC}$  sobre  $\vec{L}$

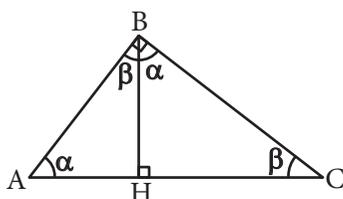
$D'$  : Proyección de  $\vec{DE}$  sobre  $\vec{L}$

$\vec{FG}$  : Proyección de  $\vec{FG}$  sobre  $\vec{L}$

$\vec{H'I}$  : Proyección de  $\vec{HI}$  sobre  $\vec{L}$

### RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

En todo triángulo rectángulo, al trazar la menor altura se forman dos triángulos, los cuales son semejantes al triángulo rectángulo dado.



En el triángulo rectángulo ABC

$\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$ : catetos

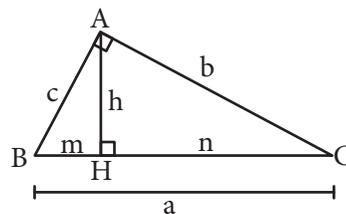
$\vec{AC}$ : hipotenusa

$\vec{BH}$ : altura (menor)

$\vec{AH}$ : proyección ortogonal de  $\vec{AB}$  sobre  $\vec{AC}$

$\vec{CH}$ : proyección ortogonal de  $\vec{BC}$  sobre  $\vec{AC}$

### Propiedades:

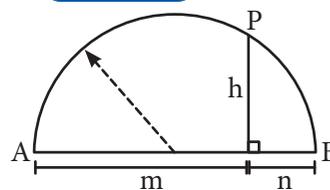


1.  $a^2 = b^2 + c^2$
2.  $h^2 = m \cdot n$
3.  $ah = bc$
4.  $c^2 = ma$ ;  $b^2 = na$
5.  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

### Propiedades adicionales:

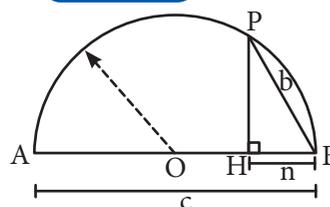
1. En el gráfico,  $\vec{AB}$ : diámetro

Se cumple:  $h^2 = mn$



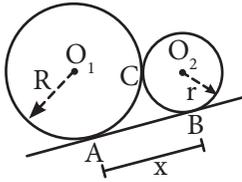
2. En el gráfico,  $\vec{AB}$ : diámetro

Se cumple:  $b^2 = cn$



3. En el gráfico, A, B y C son puntos de tangencia

Se cumple:  $x = 2\sqrt{Rr}$



## Advertencia pre

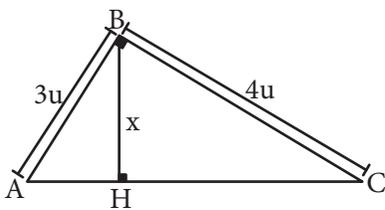
En los ejercicios de relaciones métricas, nos podemos ayudar usando alguno de los teoremas ya vistos anteriormente y usar un método más práctico como se muestra en la figura.

## Trabajando en clase

### Integral

- ¿Qué longitud igual se le debe quitar a cada lado de un triángulo cuyas medidas son 9u, 16u y 18u para obtener un triángulo rectángulo?
- Calcula la suma de las longitudes de los catetos, si la hipotenusa mide 15 u y la altura relativa a ella mide 6 u.

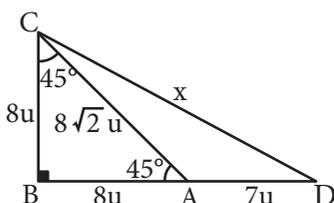
3. Calcula «x»



### PUCP

4. Calcula «CD» si se tiene que la hipotenusa AC de un triángulo isósceles ABC mide  $8\sqrt{2}$  u, se prolonga BA hasta el punto D, tal que: AD = 7u.

#### Resolución



Por  $\triangle$  notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$ :

$$BC = AB = 8u$$

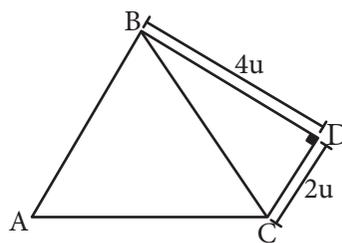
$\triangle$  CBD: pitágoras

$$(8u)^2 + (15u)^2 = x^2$$

$$17u = x$$

5. Calcula «CD» si se tiene que la hipotenusa AC de un triángulo isósceles ABC mide  $9\sqrt{2}$  u, se prolonga de BA hasta el punto D, tal que: AD = 31u.

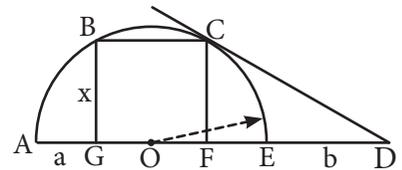
6. Calcula el perímetro del triángulo equilátero ABC.



7. Calcula la longitud de la hipotenusa si los lados del triángulo rectángulo están en progresión aritmética de razón 4u.

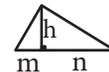
### UNMSM

8. Calcula «x», si BCFG es un cuadrado y C es punto de tangencia.



#### Resolución

Recordar:



$$h^2 = m \cdot n$$



$$1. x^2 = a(2n + a)$$

$$x^2 = 2an + a^2$$

$$\frac{x^2 - a^2}{2a} = n$$

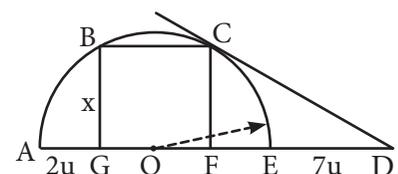
$$2. x^2 = n(a + b)$$

$$x^2 = \frac{x^2 - a^2}{2a}(a + b)$$

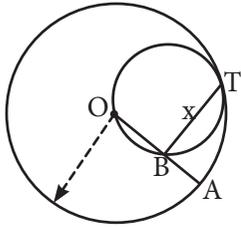
desarrollando y agrupando:

$$a\sqrt{\frac{b+a}{b-a}} = x$$

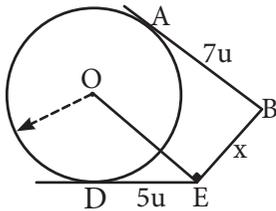
9. Calcula «x» si BCFG es un cuadrado y C es punto de tangencia.



10. Calcula «x», si T es punto de tangencia, además:  $OB = 3u$  y  $AB = 2u$ .

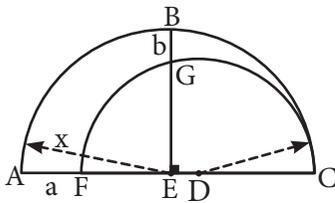


11. Calcula «x», si A y D son puntos de tangencia.



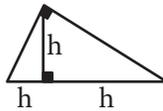
UNI

12. Calcula «x».



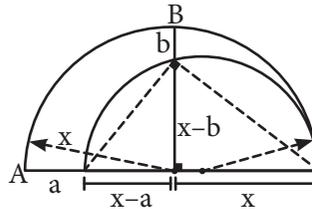
### Resolución

Recordar:



$$h^2 = m \cdot n$$

En el problema:



$$(x - a)x = (x - b)^2$$

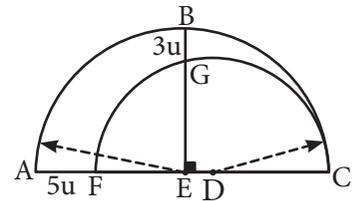
$$x^2 - ax = x^2 - 2xb + b^2$$

$$2xb - ax = b^2$$

$$x(2b - a) = b^2$$

$$x = \frac{b^2}{2b - a}$$

13. Calcula la longitud del radio de la semicircunferencia de diámetro  $\overline{AC}$ .



14. Calcula «x», si B es punto de tangencia y ACDF es un rectángulo.

