Materiales Educativos GRATIS

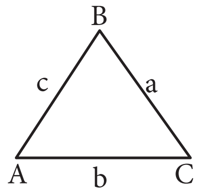
GEOMETRIA CUARTO

RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO

Naturaleza de un triángulo

Aprenderemos a reconocer si un triángulo es acutángulo, obtusángulo o rectángulo, conociendo las medidas de sus lados.

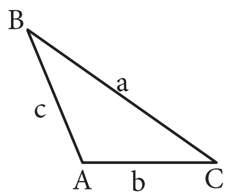
1.



Si: $a^2 < b^2 + c^2$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{El } \Delta \text{ es acutángulo}}$

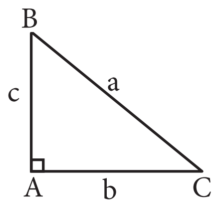
2.



Si: $a^2 > b^2 + c^2$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{El } \Delta \text{ es obtusángulo}}$

3.

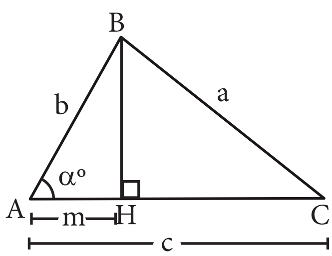


Si: $a = b^2 + c^2$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{El } \Delta \text{ es rectángulo}}$

Teoremas en los triángulos oblicuángulos

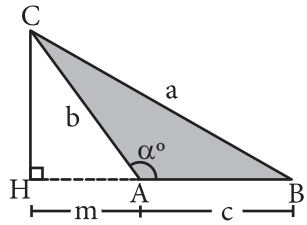
1. Primer teorema de Euclides



En un ΔAcutángulo

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2cm}$$

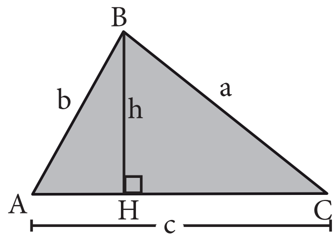
2. Segundo teorema de Euclides



En un ⊿obtusángulo

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 + 2cm}$$

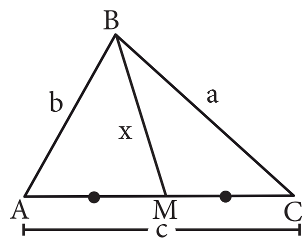
3. Teorema de Herón



$$\boxed{h = \frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

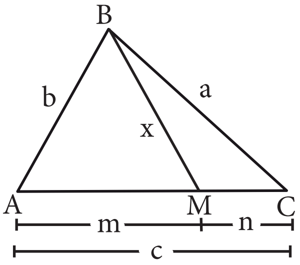
Donde: $\boxed{p = \frac{a+b+c}{2}}$

4. Teorema de la mediana



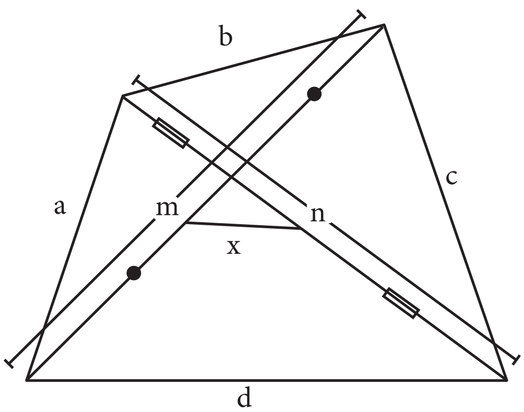
$$\boxed{a^2 + b^2 = 2x^2 + \frac{c^2}{2}}$$

5. Teorema de Stewart



$$\boxed{x^2c = a^2m + b^2n - cmn}$$

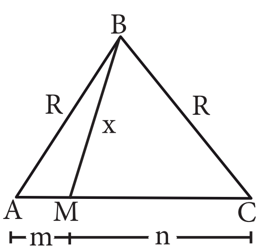
6. Teorema de Euler



$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = m^2 + n^2 + 4x^2}$$

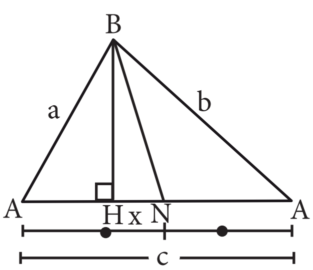
Propiedades generales

1.



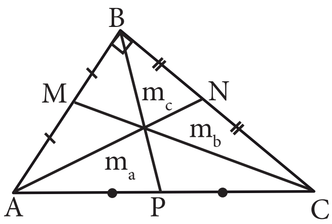
$$\boxed{x^2 = R^2 - m.n}$$

2.



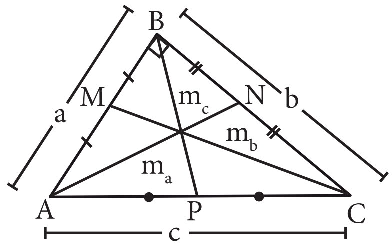
$$\boxed{x = \frac{b^2 - a^2}{2c}}$$

3.



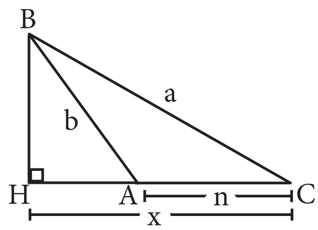
$$\boxed{ma^2 + mb^2 = 5mc^2}$$

4. Teorema de Booht



$$\boxed{ma^2 + mb^2 + mc^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^{25} + c^2)}$$

5.



$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2cx}$$

Recuerda

Existen también relaciones métricas en cuadriláteros y es recomendable que investigues.

Trabajando en clase

Integral

1. Si los lados de un triángulo miden 4 u, 5 u y 6 u. ¿Qué clase de triángulo es?

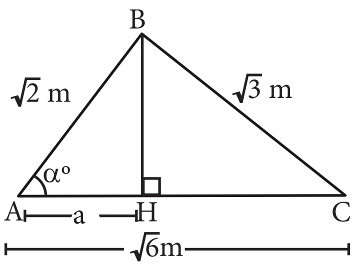
2. Si los lados de un triángulo miden 2 u, 3u y 4u. ¿Qué clase de triángulo es?

3. En un triángulo ABC se cumple:
$a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}$
Calcula uno de sus ángulos interiores.

PUCP

4. Se tiene un triángulo ABC. $AB = \sqrt{2}$ m, $BC = \sqrt{3}$ m y $AC = \sqrt{6}$ m. Calcula la longitud de la altura relativa a $\overline{AC}$.

Resolución:
Graficamos adecuadamente y aplicamos el teorema de Euclides tomando de referencia al ángulo «A».

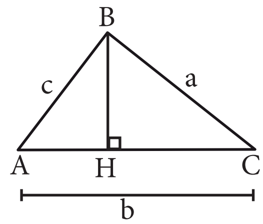


- $(\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2a\sqrt{6}$
  $a = \dfrac{5}{2\sqrt{6}}$ m
- Aplicamos Pitágoras:
  $(\sqrt{2})^2 = a^2 + h^2$
  Reemplazando «a» $\rightarrow h = \sqrt{\dfrac{23}{24}}$ m

5. Se tiene un triángulo ABC. $AB = \sqrt{5}$ m, $BC = \sqrt{7}$ m y $AC = \sqrt{13}$m. Calcula la longitud de la altura relativa a $\overline{AC}$.

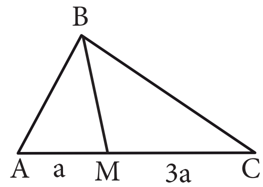
6. En un paralelogramo ABCD AB = 9m, BC = 4 m y $AC = \sqrt{133}$m. Calcula la medida del ángulo «BAD».

7. De la figura, calcula la medida del ángulo BAC, si se cumple: $a^2 = b^2 + c^2 - bc$

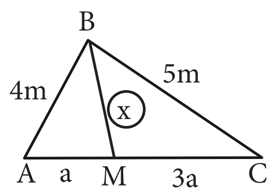


UNMSM

8. En la figura, AB = 4 m, BC = 5m y AC = 6 m. Calcula «BM».



Resolución:
Del teorema de Ceva:

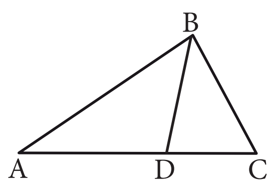


$4a = 6 \rightarrow a = \dfrac{3}{2}$

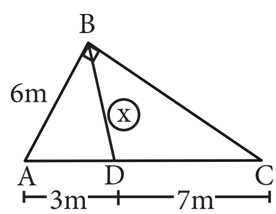
$4^2 \cdot 3a + 5^2a = x^2\, 6 + x \cdot a \cdot 3a$

$x = \sqrt{\dfrac{23}{2}}$ m

9. En la figura, AB = 10 m, BC = 8 m y AC = 12 m. Si $DC = \dfrac{AC}{4}$, calcula «BD».



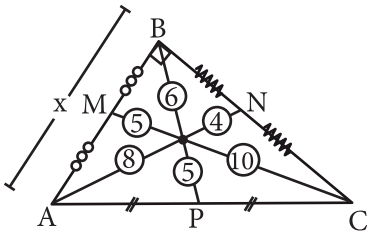
10. Del gráfico, calcula «x».



11. En un triángulo «ABC»; AB = 16 m, BC = 20 m y AC = 24 m. Se traza la ceviana $\overline{BR}$ tal que RC = 6 m. Calcula la longitud $\overline{BR}$.

UNI

12. Las medianas de un triángulo miden 9m, 12m y 15m. calcula la longitud del lado menor.
Resolución:
Graficamos correctamente:



Sabemos que a mediana mayor, se le pone el lado menor.

Aplicamos el teorema de la media:

$$6^2 + 8^2 = 2 \cdot 5^2 + \frac{x^2}{2}$$

$\Rightarrow$ x = 10 m

13. Las medidas de un triángulo miden 27m, 36m y 45m. Calcula la longitud del lado mayor.

14. En un rombo ABCD se toma el punto «M» tal que AM = 8 m y MD = 12m. Calcula el lado del rombo. («M» es punto medio de $\overline{BC}$)