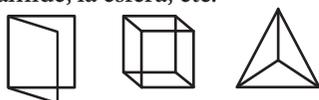




# RECTAS Y PLANOS

### GEOMETRÍA DEL ESPACIO

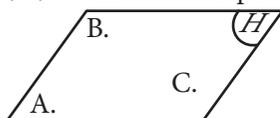
Tiene por objeto de estudio las figuras solidas o del espacio, es decir, las figuras cuyos puntos no pertenecen todos a un mismo plano, si no al espacio tridimensional; por ejemplo, el ángulo diedro, el cubo, la pirámide, la esfera, etc.



### RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

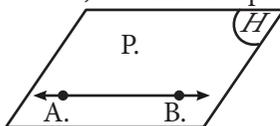
#### Teorema 1

Tres puntos cualesquiera, no colineales, determinan un plano. Así, los puntos no colineales A, B, C determinan el plano H.



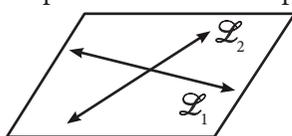
#### Teorema 2

Una recta y un punto exterior a ella, determinan un plano. Así, la recta AB y el punto P, situado fuera de ella, determinan el plano H.



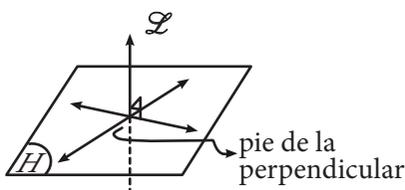
#### Teorema 3

Dos rectas que se intersectan en el espacio determinan un plano.



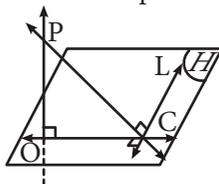
#### Recta perpendicular a un plano

Se define como aquella recta perpendicular a todas las rectas contenida en el plano.



#### Teorema de las tres perpendiculares

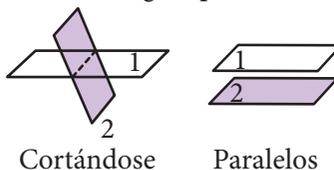
Si desde el pie de una recta perpendicular a un plano, se traza otra perpendicular a una recta cualquiera dada en el plano, toda recta, que pasa por un punto cualquiera de la primera y el punto de intersección de las 2 últimas, es perpendicular a la recta dada en el plano.



### 1. Posiciones relativas de dos planos

Dos planos pueden ocupar las siguientes posiciones:

- ❖ Cortándose, en este caso tiene una recta común que se llama «intersección de dos planos».
- ❖ Ser paralelos, cuando no tienen ninguno punto en común.



Cortándose

Paralelos

### 2. Posiciones relativas de un plano con una recta

Una recta y un plano pueden ocupar las siguientes posiciones.

- ❖ Estar la recta en el plano.
- ❖ Cortándose, en este caso tienen un poco de común.
- ❖ Ser paralelos, en este caso no tienen algún punto en común.

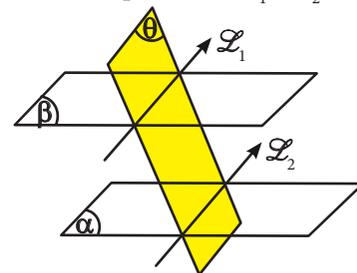
### 3. Posiciones relativas de dos rectas en el espacio

Dos rectas en el espacio pueden ocupar las siguientes posiciones:

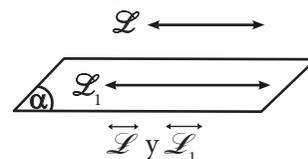
- ❖ Cortándose, en este caso tienen un punto en común.
- ❖ Ser paralelas, en este caso están en un mismo plano y no tiene algún punto en común.
- ❖ Cruzándose, en este caso no están en un mismo plano y no tienen ningún punto en común. También se les llama rectas alabeadas.

### 4. Teoremas importantes

- a. «Las intersecciones  $\vec{L}_1$  y  $\vec{L}_2$  de dos planos paralelos  $\alpha$  y  $\beta$  con un tercer plano  $\theta$  son rectas paralelas» ( $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$ ).



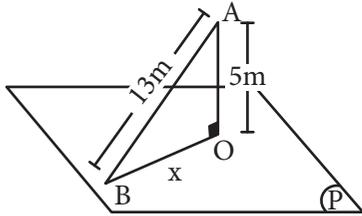
- b. «Si dos rectas  $\vec{L}$  y  $\vec{L}_1$  son paralelas, entonces todo plano  $\alpha$  que contenga una de las dos rectas es paralelo a la otra recta».



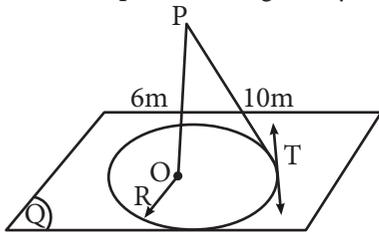
# Trabajando en clase

## Integral

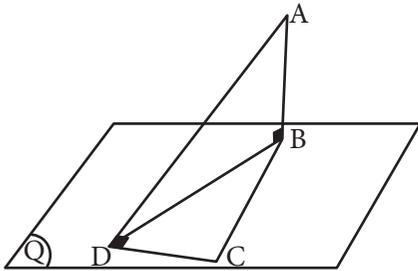
1. Calcula «x» si  $\overline{OA} \perp \square P$ .



2. Calcula R si T es punto de tangencia y  $\overline{OP} \perp \square Q$ .

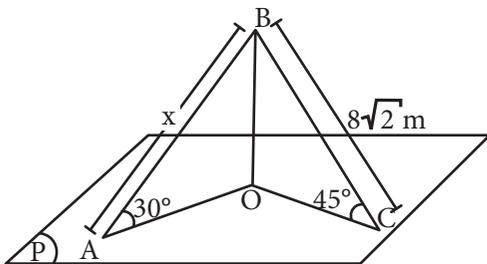


3. Calcula «x» si  $AB = 7m$ ,  $BC = 26m$ ,  $DC = 10m$ .

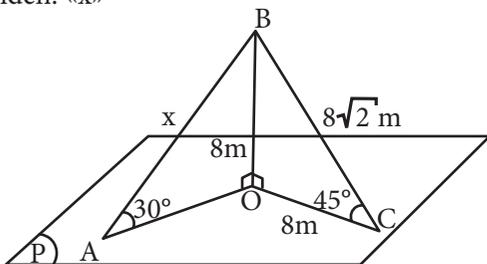


## PUCP

4. Calcula «x» si  $\overline{OB} \perp \square P$ .



Piden: «x»



$$\triangle BOC(45^\circ)$$

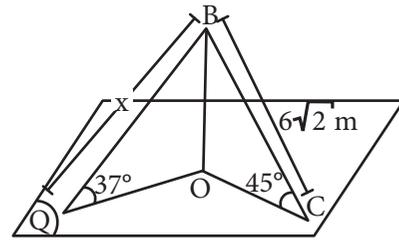
$$BO = OC = 8m$$

$$\triangle AOB(30^\circ \text{ y } 60^\circ)$$

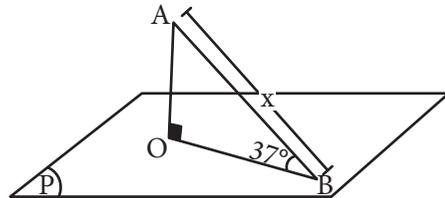
$$x = 2(8)$$

$$x = 16m$$

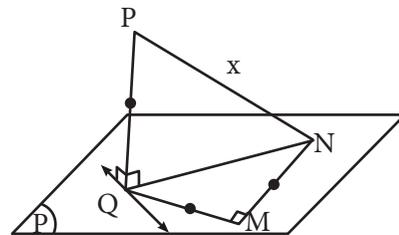
5. Calcula «x» si  $\overline{OB} \perp \square Q$ .



6. Calcula «x» si se sabe que la proyección de  $\overline{AB}$  sobre el plano P mide 16m.

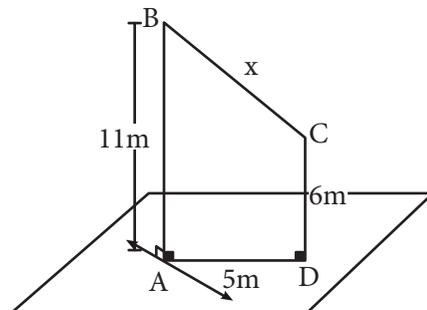


7. Calcula «x» si  $MN = 3u$ .

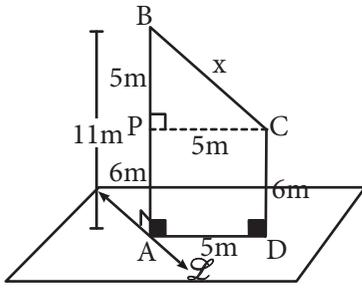


## UNMSM

8. Calcula «x».



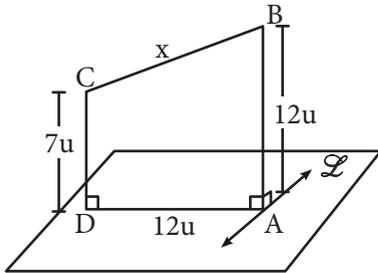
Resolución:



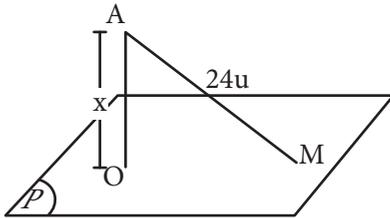
Se traza  $\overline{PC} \perp \overline{AB}$

$$x = 5\sqrt{2} \text{ m}$$

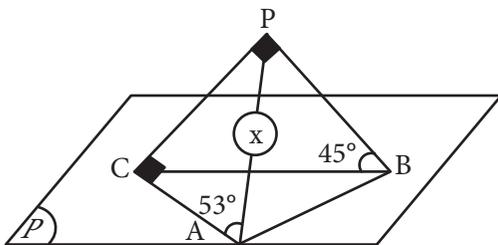
9. Calcula «x».



10. Calcula «x» si el ángulo entre  $\overline{AM}$  y el plano P mide  $60^\circ$  y  $\overline{OA} \perp \square P$ .

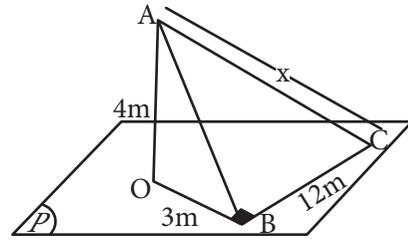


11. Calcula «x» si  $PB = 8\sqrt{2} \text{ u}$ .



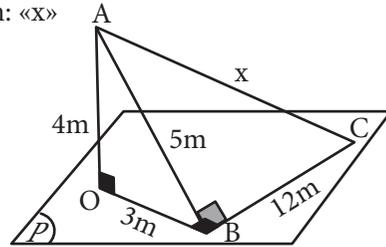
UNI

12. Calcula «x» si  $\overline{OA} \perp \square P$ .



Resolución:

Piden: «x»



$\overline{OA} \perp \square P$

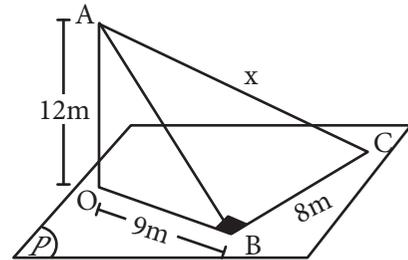
Por teorema de las 3 perpendiculares:

$\overline{AB} \perp \overline{BC}$

$AB = 5 \text{ m}$

$$x^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow x = 13 \text{ m}$$

13. Calcula «x» si  $\overline{OA} \perp \square P$ .



14. Calcula «x» si ABCD es un cuadrado y  $\overline{PC}$  es perpendicular al plano del cuadrado.

