



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

QUINTO

RAZONES Y PROPORCIONES

RAZONES

«Comparación de 2 cantidades».

Aritmética
$a - b = RA$
Geometría
$\frac{a}{b} = RG$

Donde:

a: antecedente

b: consecuente

Propiedades:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = k$$

$$\frac{a + c + e + g}{b + d + f + h} = k$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e \cdot g}{b \cdot d \cdot f \cdot h} = k^4$$

PROPORCIONES

«Igualdad de 2 o más razones»

	ARITMÉTICA	GEOMÉTRICA
Discreta	$a - b = c - d$ $\underbrace{a + d}_{\text{suma de extremos}} = \underbrace{b + c}_{\text{suma de medios}}$ <p>d: cuarta diferencial</p>	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\underbrace{a \cdot d}_{\text{producto de extremos}} = \underbrace{b \cdot c}_{\text{producto de medios}}$ <p>d: cuarta proporcional</p>
Continua	$a - b = b - c$ $a + c = 2b$ $\frac{a + c}{2} = b$ <p>semisuma de extremos = medio</p> <p>c: tercera diferencial b: media diferencial</p>	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ $a \cdot c = b^2$ $\sqrt{a \cdot c} = b$ <p>raíz del producto de extremos = medio</p> <p>c: tercera proporcional d: media proporcional</p>

Donde:

a y d: Extremos

b y c: Medios

Trabajando en clase

Integral

1. Dos números están en la relación de 4 a 7. Si su diferencia es 75, halla la suma.
2. La razón geométrica de 2 cantidades cuyo producto es 96, vale $\frac{2}{3}$. Calcula la razón aritmética de dichos números.
3. La edad de un padre y la de su hijo suman 36 años y su razón es de 7 a 2. ¿Cuál será la nueva razón dentro de 8 años?

PUCP

4. La razón de la suma con la diferencia de dos números enteros positivos es $\frac{5}{3}$. ¿Cuál es el número mayor, si su producto es 64?

Resolución:

Números = a y b

$$i. \frac{a+b}{a-b} = \frac{5k}{3k}$$

$$\begin{array}{r} \longrightarrow a + \cancel{b} = 5k \\ a - \cancel{b} = 3k \\ \hline 2a = 8k \\ \boxed{a = 4k} \wedge \boxed{b = k} \end{array}$$

$$ii. \begin{array}{l} a \text{ y } b = 64 \\ (4k)(k) = 64 \\ k^2 = 16 \\ \boxed{k = 4} \end{array}$$

$$\therefore \text{mayor: } a = 4(4) \\ a = 16$$

5. La razón de la diferencia con la suma de 2 números enteros y positivos es $\frac{3}{7}$, y su producto es 490. Calcula el menor.
6. Dos números son proporcionales a 2 y 5. Si se aumenta 175 a uno de ellos y 115 al otro, se obtendrían cantidades iguales. ¿Cuál es el menor?
7. Cuando compro cuadernos me regalan un cuaderno por cada docena, y cuando los vendo, regalo 4 cuadernos por cada ciento. ¿Cuántos cuadernos debo comprar para vender 1000?

UNMSM

8. La razón geométrica entre «a» y «b» es $\frac{2}{5}$, y la razón geométrica entre «b» y «c» es $\frac{3}{4}$. Halla la razón geométrica entre «a» y «c».

Resolución:

$$i) \frac{a}{b} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{6}{15}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{5}{5}\right) = \frac{15}{20}$$

Homogeneizar:

$$ii) \frac{a}{c} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

9. La suma de 3 números es 1880; el primero es al segundo como 4 es a 5; el segundo es al tercero como 3 es a 4. ¿Cuál es el tercero?
10. Lo que cobra y gasta una persona semanalmente, suman S/.600, y están en la relación de 3 a 2. ¿En cuánto tiene que disminuir el gasto semanal, para que la relación sea de 5 a 3?
11. En una universidad, la relación de hombres a mujeres es de 5 a 7, mientras que la relación de hombres en ciencias y hombres en letras es de 8 a 3. ¿Cuál es la relación entre los hombres en ciencias y el total de alumnos?

UNI

12. Si a cada uno de los tres términos diferentes de una proporción geométrica continua se le suma una misma cantidad, se obtiene: 15; 21 y 30. Halla la tercera proporcional de dicha proporción.

Resolución:

Sea la P.G.C.: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$i) \begin{array}{l} a + x = 15 \\ b + x = 21 \\ c + x = 30 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} a = 15 - x \\ b = 21 - x \\ c = 30 - x \end{array}$$

$$ii) \frac{15-x}{21-x} = \frac{21-x}{30-x}; \text{ recuerda: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\longrightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{(15-x) + (21-x)}{(15-x) - (21-x)} = \frac{(21-x) + (30-x)}{(21-x) - (30-x)}$$

$$\frac{36-2x}{-6} = \frac{51-2x}{-9}$$

$$\frac{36-2x}{+2} = \frac{51-2x}{+3}$$

$$3(36-2x) = 2(51-2x)$$

$$108-6x = 102-4x$$

$$6 = 2x$$

$$3 = x$$

iii) La tercera proporcional = $c = 30 - x$

$$c = 30 - 3$$

$$c = 27$$

13. Si a cada uno de los números 15; 27; 51 y 81 se les añade una misma cantidad, formarían una proporción geométrica. Halla la razón de esta proporción.

14. En una serie de 4 razones geométricas continuas e iguales, el primer consecuente es al último consecuente como 1 es a 64. Calcula la suma de todos los antecedentes si la diferencia del primer y último antecedente es 504.