



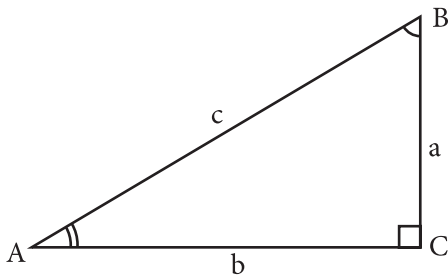
Materiales Educativos GRATIS

TRIGONOMETRIA

QUINTO

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS Y COMPLEMENTARIAS

Si tomamos el triángulo ABC, recto en C, como referencia:



RAZONES RECÍPROCAS

Son aquellas parejas de R. T. cuyos valores son inversos, por ejemplo:

$$\text{Sen}A = \frac{a}{c} \Rightarrow \text{Csc}A = \frac{c}{a}$$

Ahora, si multiplicamos estas R.T. tendríamos:

$$\text{Sen}A \cdot \text{Csc}A = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} = 1$$

En conclusión:

$$\text{Sen}A \cdot \text{Csc}A = 1$$

$$\text{Cos}A \cdot \text{Sec}A = 1 \Rightarrow \text{Ángulos iguales}$$

$$\text{Tan}A \cdot \text{Cot}A = 1$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Indica V o F según corresponda:

I. $\text{Sen}25^\circ = \text{Cos}65^\circ$ ()

II. $\text{Tan}20^\circ \cdot \text{Cot}70^\circ = 1$ ()

III. $\text{Cos}50^\circ \cdot \text{Sec}40^\circ = 1$ ()

IV. $\text{Tan}(15^\circ + x) = \text{Cot}(75^\circ - x)$ ()

2. Calcula "Sen3x", si:

$$\text{Sec}(3x - 20^\circ) = \text{Csc}(5x + 30^\circ)$$

RAZONES COMPLEMENTARIAS

Llamadas también co-razones, se caracterizan por tener igual valor numérico solo si sus ángulos suman 90° , por ejemplo:

$$\text{Sen}A = \frac{a}{c} \text{ y } \text{Cos}B = \frac{a}{c}$$

$$\rightarrow \text{Sen}A = \text{Cos}B$$

Generalizando:

$$\text{Sen}A = \text{Cos}B$$

$$\text{Tan}A = \text{Cot}B \Rightarrow \boxed{A + B = 90^\circ}$$

$$\text{Sec}A = \text{Csc}B$$

También se puede escribir:

$$\boxed{\text{R.T.}(\theta) = \text{Co-R.T.}(90^\circ - \theta)}$$

Tener en cuenta:

Para que estas propiedades se cumplan los ángulos tienen que ser agudos.

3. Sabiendo que:

$$\text{Tan}3x \cdot \text{Cot}(48^\circ - x) = 1$$

Calcula:

$$E = \text{Sec}^2 5x - 4 \text{Tan}(3x + 1^\circ)$$

UNMSM

4. Si: $(\text{Cos}17^\circ + 5 \text{Sen}73^\circ) \cdot \text{Sec}17^\circ = 4 \text{Tan}\alpha$

$(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ halla el valor de:

$$M = \text{Sen}\alpha + 5 \text{Cos}\alpha$$

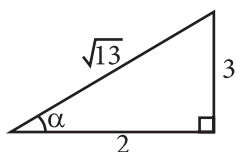
UNMSM2002

Resolución:

$$\begin{aligned} (\cos 17^\circ + 5 \operatorname{Sen} 73^\circ) \cdot \operatorname{Sec} 17^\circ &= 4 \operatorname{Tan} \alpha \\ (\cos 17^\circ + 5 \cos 17^\circ) \cdot \operatorname{Sec} 17^\circ &= 4 \operatorname{Tan} \alpha \\ 6 \cos 17^\circ \operatorname{Sec} 17^\circ &= 4 \operatorname{Tan} \alpha \end{aligned}$$

$$6(1) = 4 \operatorname{Tan} \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{CO} &\rightarrow \frac{3}{2} = \operatorname{Tan} \alpha \\ \text{CA} &\rightarrow \frac{3}{2} = \operatorname{Tan} \alpha \end{aligned}$$



Piden:

$$M = \operatorname{Sen} \alpha + 5 \operatorname{Cos} \alpha$$

$$M = \frac{3}{\sqrt{13}} + 5 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$M = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

5. Reduce: $P = (7 \operatorname{Sen} 42^\circ + 2 \operatorname{Cos} 48^\circ) \cdot \operatorname{Csc} 42^\circ + 5 \operatorname{Sec} 60^\circ$

6. Reduce:

$$M = \frac{\operatorname{Sen} 1^\circ \operatorname{Sen} 2^\circ \operatorname{Sen} 3^\circ \dots \operatorname{Sen} 89^\circ}{\operatorname{Cos} 1^\circ \operatorname{Cos} 2^\circ \operatorname{Cos} 3^\circ \dots \operatorname{Cos} 89^\circ} 3 \operatorname{Tan} 20^\circ + \operatorname{Tan} 70^\circ$$

(UNMSM 2005)

7. Si: $\operatorname{Sen}(4x+10^\circ) \operatorname{Tan}(3x+30^\circ) \cdot \operatorname{Sec} x = \operatorname{Cot}(60^\circ-3x)$

Calcula: $P = 6 \operatorname{Tan}^2(3x - 18^\circ) + 7 \operatorname{Tan}^6(x+29^\circ)$

(UNMSM 1992)

PUCP

8. Si $\operatorname{Tan} 5x = \operatorname{Cot} 6x$, simplifica:

$$L = \frac{\operatorname{Sen} 8x}{\operatorname{Cos} 3x} + \frac{\operatorname{Tan} 10x}{\operatorname{Cot} x}$$

Resolución:

Dato: $\operatorname{Tan} 5x = \operatorname{Cot} 6x$

$$5x + 6x = 90^\circ$$

$$11x = 90^\circ$$

$$\underbrace{11x}_{90^\circ} = 90^\circ$$

$$8x + 3x = 90^\circ$$

$$\operatorname{Sen} 8x = \operatorname{Cos} 3x$$

$$\frac{\operatorname{Sen} 8x}{\operatorname{Cos} 3x} = 1$$

Piden:

$$L = \frac{\operatorname{Sen} 8x}{\operatorname{Cos} 3x} + \frac{\operatorname{Tan} 10x}{\operatorname{Cot} x}$$

$$L = 1 + 1 \Rightarrow L = 2$$

$$\underbrace{11x}_{90^\circ} = 90^\circ$$

$$10x + x = 90^\circ$$

$$\operatorname{Tan} 10x = \operatorname{Cot} x$$

$$\frac{\operatorname{Tan} 10x}{\operatorname{Cot} x} = 1$$

9. Si $\operatorname{Cos} 4x \cdot \operatorname{Sec}(90^\circ - 3x) = 1$. Halla el valor de:

$$L = \frac{\operatorname{Sen} 6x}{\operatorname{Cos} x} + \frac{\operatorname{Tan} 5x}{\operatorname{Cot} 2x} + \frac{\operatorname{Sec} 4x}{\operatorname{Csc} 3x}$$

10. Considera $\alpha = (\sqrt{x} + y + 60)^\circ$ y $\beta = (\sqrt{x} - y + 10)^\circ$ en el primer cuadrante de modo que:

$$\operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Sec} \beta = 1. \text{ Hallar "x".}$$

(UNMSM 2008-II)

11. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se tiene:

$$\sqrt{\operatorname{Sen} A} \sqrt{\operatorname{Sen} A} \sqrt{\operatorname{Sen} A} = (\operatorname{Cos} B)^{\operatorname{Sen} A}$$

Halla. "CscA"

UNI

12. Si θ es la medida de un ángulo agudo que verifica la igualdad:

$$\operatorname{Sec}\left(\frac{\pi}{3} \operatorname{Tan} \theta\right) = \operatorname{Csc}\left(\frac{\pi}{4} \operatorname{Tan} \theta\right)$$

Calcula el valor de:

$$E = \frac{2 \operatorname{Sen} \theta - \operatorname{Cos} \theta}{\operatorname{Cos} \theta - \operatorname{Sen} \theta}$$

Resolución:

Dato:

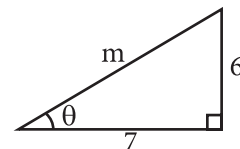
$$\operatorname{Sec}\left(\frac{\pi}{3} \operatorname{Tan} \theta\right) = \operatorname{Csc}\left(\frac{\pi}{4} \operatorname{Tan} \theta\right)$$

$$\frac{\pi}{3} \operatorname{Tan} \theta + \frac{\pi}{4} \operatorname{Tan} \theta = 90$$

$$60^\circ \operatorname{Tan} \theta + 45$$

$$7 \operatorname{Tan} \theta = 90$$

$$\begin{aligned} \text{CO} &\rightarrow \frac{6}{7} = \operatorname{Tan} \theta \\ \text{CA} &\rightarrow \frac{6}{7} = \operatorname{Tan} \theta \end{aligned}$$



Piden:

$$E = \frac{2 \operatorname{Sen} \theta - \operatorname{Cos} \theta}{\operatorname{Cos} \theta - \operatorname{Sen} \theta}$$

$$E = \frac{2 \frac{6}{7} - \frac{7}{7}}{\frac{7}{7} - \frac{6}{7}} \Rightarrow E = \frac{\frac{5}{7}}{\frac{1}{7}} \Rightarrow E = 5$$

13. Si θ es la medida de un ángulo agudo que verifica la igualdad:

$$\operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{6} \operatorname{Cot} \theta\right) = \operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{4} \operatorname{Cot} \theta\right)$$

$$\text{Calcula el valor de: } E = \frac{\operatorname{Cos} \theta + \operatorname{Sen} \theta}{\operatorname{Cos} \theta - \operatorname{Sen} \theta}$$

14. Sabiendo que:

$$\operatorname{Tan}(40^\circ + x) \cdot \operatorname{Sen}(50^\circ - x) = \operatorname{Cos}(10^\circ + x) \operatorname{Tan}(2x - 5^\circ).$$

$$\operatorname{Tan} y = \operatorname{Tan} 1^\circ \cdot \operatorname{Tan} 2^\circ \cdot \operatorname{Tan} 3^\circ \cdot \operatorname{Tan} 4^\circ \dots \operatorname{Tan} 89^\circ.$$

$$\text{Calcula: } E = \operatorname{Sec}^2(2x + 5^\circ) + \operatorname{Tan}^2(y + 5^\circ) + \operatorname{Csc}^2(y - x - 5^\circ)$$