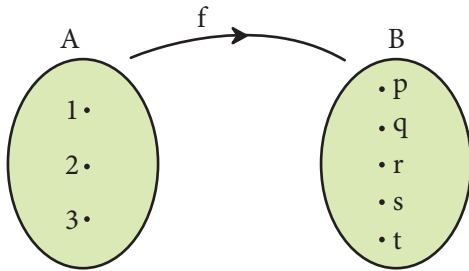




# RANGO DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Sean  $A = \{1; 2; 3\}$   
 $B = \{p, q, r, s, t\}$



Rango: Sea  $f: A \rightarrow B$  una función, el rango de  $f$  es un conjunto que definimos por:

$$\text{Ran}(f) = \{f(x) \in B / x \in A \wedge (x; f(x)) \in f\}$$

Notación:  $\text{Rang}(f)$ ;  $\text{Rang}f$ ;  $R_f$

En el gráfico mostrado, el rango será:

$$\text{Rang}(f) = \{p; q; r; s; t\}$$

**Recuerda:**

$$-1 \leq \text{Sen}x \leq 1$$

$$-1 \leq \text{Cos}x \leq 1$$

**Recuerda:**

$$0 \leq \text{Sen}^2x \leq 1$$

$$0 \leq \text{Cos}^2x \leq 1$$

**Recuerda:**

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \cdot \text{Sen}x \pm b \cdot \text{Cos}x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Trabajando en clase

#### Integral

- Halle el rango de:  $f(x) = 2\text{Sen}x + 1$
- Halle el rango de:  $f(x) = 3 + 4\text{Cos}x$
- Si  $x \in \text{IIIC}$ , halla el rango de:  $f(x) = 5\text{Sen}x - 2$

#### Católica

- Si  $x \in \text{IVC}$ , obtén el rango de:  $y = 4\text{Cos}x - 1$

Resolución:

$$0 < \text{Cos}x < 1$$

$$0 < 4 \text{Cos}x < 4$$

$$-1 < 4\text{Cos}x - 1 < 3$$

$$-1 < y < 3$$

Rango:  $\langle -1; 3 \rangle$

- Si  $x \in \text{II}$ , obtén el rango de:  $y = 3\text{Cos}x - 2$
- Halla el rango de:  $f(x) = 5\text{Sen}x - 12\text{Cos}x + 3$
- Calcula el rango de:  $f(x) = 3\text{Sen}x + 4 \text{Cox} - 6$

#### UNMSM

- Obtén el rango de:  $y = 2\text{Cos}^2x + 3$

Resolución:

$$-1 \leq \text{Cos}x \leq 1$$

$$0 \leq \text{Cos}^2x \leq 1$$

$$0 \leq 2\text{Cos}^2x \leq 2$$

$$3 \leq 2\text{Cos}^2x + 3 \leq 5$$

$$3 \leq y \leq 5$$

$$\text{Rango: } [3; 5]$$

- Halla el rango de:  $y = 3\text{Sen}^2x - 5$
- Halla el rango de:  $f(x) = 3\text{Sen}^2x + 4\text{Cos}^2x + 2$
- Señala el rango de:  $f(x) = 5\text{Sen}^2x + 7\text{Cos}^2x - 3$

#### UNI

- Obtén el rango de:  $y = \text{Sen}^2x + \text{Sen}x$

Resolución:

$$y = \text{Sen}^2x + \text{Sen}x$$

$$y = (\text{Sen}^2x + \text{Sen}x + 1/4) - 1/4$$

$$y = (\text{Sen}x + 1/2)^2 - 1/4$$

$$\text{Sabemos: } -1 \leq \text{Sen}x \leq 1$$

$$-1/2 \leq \text{Sen}x + 1/2 \leq 3/2$$

$$0 \leq (\text{Sen}x + 1/2)^2 \leq 9/4$$

$$-1/4 \leq (\text{Sen}x + 1/2)^2 - 1/4 \leq 2$$

$$-1/4 \leq y \leq 2$$

$$\text{Rango: } [-1/4; 2]$$

- Señala el rango de:  $f(x) = \text{Cos}^2x - \text{Cos}x + 1/2$

- Halla el rango de:  $y = \frac{\text{Sen}x + 3}{\text{Sen}x + 2} + 1$