



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

SEGUNDO

RAICES DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

I. DISCRIMINANTE (Δ)

Sea la ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$

su discriminante es: $\Delta = b^2 - 4ac$

II. PROPIEDADES DEL DISCRIMINANTE

- ❖ Raíces iguales
 - ❖ Solución única
 - ❖ Raíz de multiplicidad 2
 - ❖ Raíz doble
 - ❖ Conjunto solución unitario
- $\Delta = 0$

Ejemplos:

- Si $2x^2 - 3x - 1 = 0$
su discriminante es:
 $\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-1)$
 $\Delta = 9 + 8$
 $\Delta = 17$
- Si $x^2 + mx + 1 = 0$; tiene raíces iguales,
calcula «m».
→ como tienen raíces iguales, entonces $\Delta = 0$

Luego:

$$\Delta = m^2 - 4(1)(1) = 0$$

$$\Delta = m^2 - 4 = 0$$

$$m^2 = 4$$

$$\rightarrow m = \pm 2$$

III. PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

En toda ecuación cuadrática de la forma:
 $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$

Podemos calcular la suma y el producto de sus raíces sin resolver dicha ecuación, utilizando las propiedades de las raíces.

1. La suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. El producto de raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

3. La suma de raíces inversas

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

Ejemplo:

$$2x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 4 \quad c = -1$$

- Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

- Producto de raíces:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

- Suma de raíces inversas:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-4}{-1} = 4$$

Tenemos: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$

- **Raíces simétricas**

Si sus raíces son simétricas, la suma de sus raíces es 0.

- * Suma: $x_1 + x_2 = 0$

- * Regla práctica: $b = 0$

- **Raíces recíprocas**

Son aquellas cuyo producto es igual a 1.

- * Producto $x_1 \cdot x_2 = 1$

- * Regla práctica: $a = c$

- **Raíz nula**

- * Es aquella que vale cero: « $x = 0$ »

- * Regla práctica: $c = 0$

Advertencia pre

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

Trabajando en clase

Integral

- Calcula el discriminante de la siguiente ecuación:

$$x^2 + 3x - 1 = 0$$
- Si las raíces de la siguiente ecuación son iguales, calcula el valor de «m».

$$x^2 + mx + 4 = 0$$
- Calcula la suma y el producto de raíces de la siguiente ecuación:

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Católica

- Calcula «m» si la suma de raíces es -5.

$$3x^2 + mx - 2 = 0$$

Resolución:

De la ecuación:

$$a = 3 \qquad b = m \qquad c = -2$$

La suma de raíces es: $\frac{-b}{a} = -5$

$$\frac{-(m)}{3} = -5$$

$$m = 3(5)$$

$$m = 15$$

Rpta.: 15

- Calcula P si el producto de raíces es 7.

$$5x^2 - 4x + P = 0$$
- Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación:

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

 calcula: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- Si la siguiente ecuación tiene raíz doble, calcula «m».

$$9x^2 - 12x + m = 0$$

UNMSM

- Si:

$$(m + 2)x^2 + (m - 1)x + 2m - 1 = 0$$
, calcula «m» en cada uno de los siguientes casos:
 - ❖ Raíces simétricas
 - ❖ Raíces recíprocas
 - ❖ Raíz nula

Resolución:

❖ Raíces simétricas ($b = 0$)

$$m - 1 = 0$$

$$m = 1$$

❖ Raíces recíprocas ($a = c$)

$$m + 2 = 2m - 1$$

$$2 + 1 = 2m - m$$

$$3 = m$$

❖ Raíz nula ($c = 0$)

$$am - 1 = 0$$

$$am = 1$$

$$m = \frac{1}{2}$$

- Si $(m + 3)x^2 + (m - 2)x + 5m - 2 = 0$, calcula «m» en cada uno de los siguientes casos:

- ❖ Raíces simétricas
- ❖ Raíces recíprocas
- ❖ Raíz nula

- Calcula «m» si las raíces son simétricas:

$$3x^2 + (m - 1)x + 2 = m + 2x$$

- Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la siguiente ecuación:

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

calcula:

$$x_1 - x_2; \text{ con } x_1 < x_2$$

UNI

- Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación:

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

Calcula: $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$

Resolución:

Nos piden: $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$

$$\underbrace{x_1 \cdot x_2}_{\text{producto de raíces}} + \underbrace{x_1 + x_2}_{\text{suma de raíces}} + 1$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-5)}{1} = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{1} = 3$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1)$$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1$$

$$3 + 5 + 1 = 9$$

Rpta.: 9

13. Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de $x^2 - 7x + 5 = 0$, calcula:

$$A = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$$

14. Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de $x^2 - 4x + 3 = 0$, calcula:

$$x_1^2 + x_2^2$$

