Materiales Educativos GRATIS

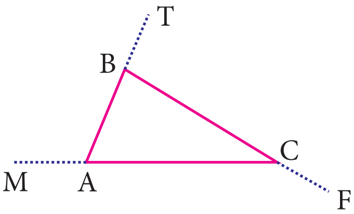
GEOMETRIA TERCERO

PROPIEDADES Y CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

INTRODUCCIÓN

Se denomina triángulo, a la figura geométrica determinada al unir tres puntos no colineales mediante segmentos de recta. El perímetro de un triángulo, es la suma de las medidas de sus lados.

Notación: ΔABC

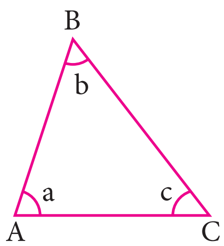


Elementos:

- Vértices: A, B, C
- Lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$
- Ángulos internos: $\angle ABC, \angle BAC, \angle ACB$
- Ángulos externos: $\angle MAT, \angle TBC, \angle FCA$

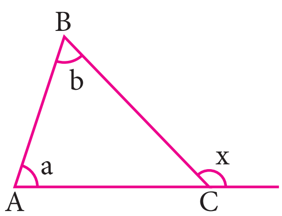
Teoremas fundamentales

En todo triángulo se cumple que la suma de las medidas de los ángulos internos es 180°.



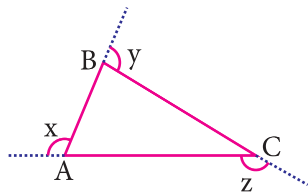
$$\boxed{a+b+c=180^\circ}$$

En todo triángulo se cumple que la medida de un ángulo externo es la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes al exterior.



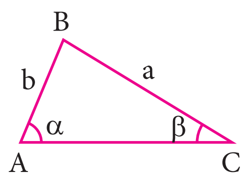
$$\boxed{x=a+b}$$

La suma de las medidas de los ángulos externos de un triángulo, (uno en cada vértice) siempre es igual a 360°.



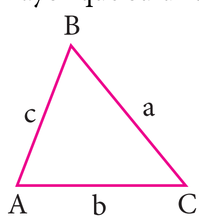
$$\boxed{x+y+z=360^\circ}$$

En un mismo triángulo se cumple que al mayor lado se le opone el mayor ángulo y viceversa.



$$\boxed{\alpha<\beta \Rightarrow a>b}$$

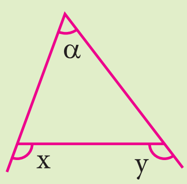
En todo triángulo se cumple que la medida de un lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos y mayor que su diferencia. Sea $a > b > c$.



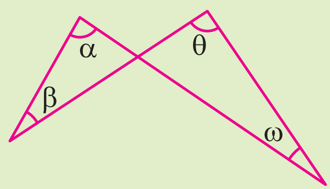
$$\boxed{a-c<b<a+c}$$

Nota: Esta relación también es conocida como la desigualdad triangular.

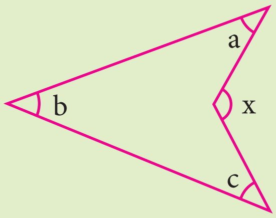
Propiedades adicionales



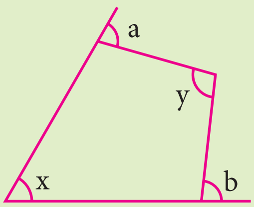
$$\boxed{x+y=180^\circ+\alpha}$$



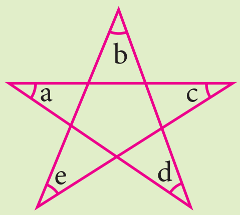
$$\boxed{\beta+\alpha=\theta+\omega}$$



$$\boxed{x = a + b + c}$$



$$\boxed{x + y = a + b}$$



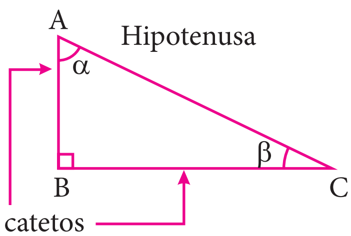
$$\boxed{a + b + c + d + e = 180°}$$

Clasificación de los triángulos

1. Según la medida de sus ángulos

A. Triángulo rectángulo

Es aquel que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos y el que se le opone recibe el nombre de hipotenusa.



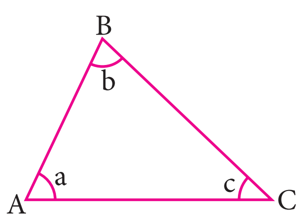
$$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$$

B. Triángulo oblicuángulo

Es aquel que no tiene ángulo recto, puede ser:

- **Triángulo acutángulo**

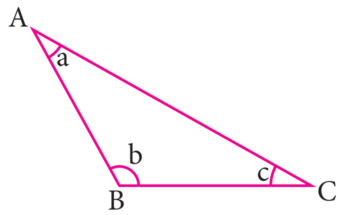
  Es el que tiene sus tres ángulos agudos.



$$\boxed{a < 90°, b < 90° \text{ y } c < 90°}$$

- **Triángulo obtusángulo**

  Es el que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos:

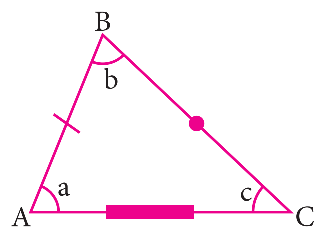


$$\boxed{a < 90°, c < 90° \text{ y } b > 90°}$$

2. Según la congruencia de sus lados

A. Triángulo escaleno

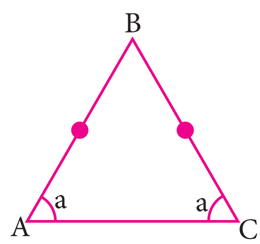
Es aquel que tiene sus lados diferentes, además sus ángulos también son diferentes.



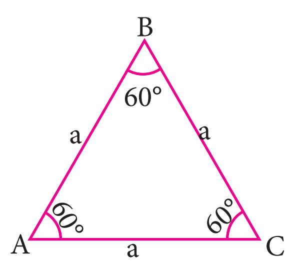
$$\boxed{a \neq b \neq c}$$

B. Triángulo isósceles

Es aquel que tiene dos lados de diferente magnitud además los ángulos opuestos a dichos lados también son de diferentes medidas.



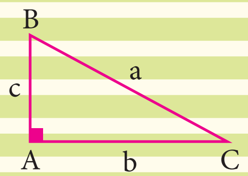
C. Triángulo equilátero



Es aquel que tiene sus tres lados congruentes; sus ángulos también son congruentes y miden 60° cada uno.

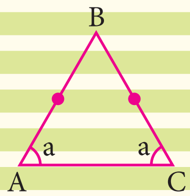
Observaciones

En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos.



$\boxed{c < a \text{ y } b < a}$

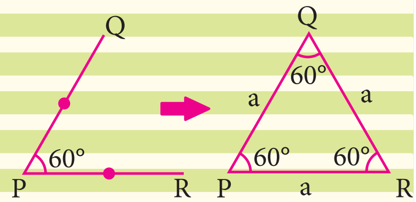
Los ángulos congruentes de un triángulo isósceles son agudos.



Si AB = BC

a < 90°

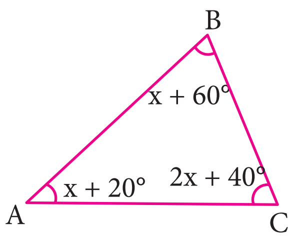
Si PQ = PR y m∠QPR = 60°, se recomienda unir los puntos "Q" y "R" para formar un triángulo equilátero.



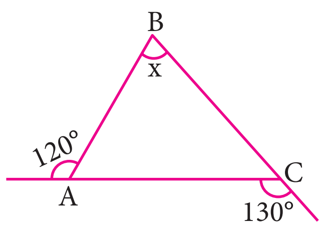
Trabajando en clase

Integral

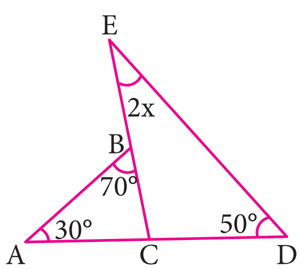
1. Calcula "x".



2. Calcula "x".



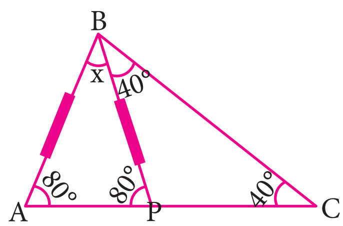
3. Calcula "x".



PUCP

4. En un triángulo ABC, se traza el segmento de recta BP (p es punto $\overline{AC}$)de manera que AB = BP = PC. Calcula la m∠ABP, si m∠BCA = 40°.

Resolución:



ΔBPC Isósceles

$\Rightarrow m\angle PBC = 40°$

Luego: $m\angle APB = 40° + 40° = 80°$

ABO: Isósceles

ABP : Isósceles

$\Rightarrow m\angle BAP = 80°$

piden "x"

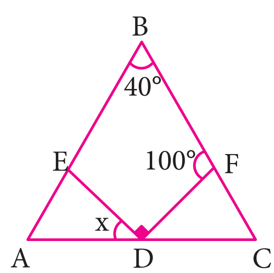
ΔABP :

$x + 80° + 80° = 180°$

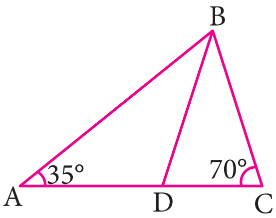
$\boxed{\therefore x = 20°}$

5. En un triángulo ABC, se traza el segmento de recta BP(P está en $\overline{AC}$ de manera) que AB = BP = PC. Calcula la m∠ABP. Si m∠BCA = 25°.

6. Si AB = BC, calcula "x".

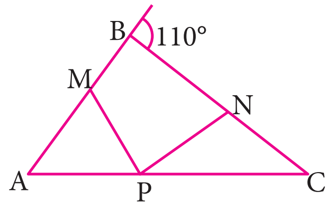


7. Calcula BC si AD = BD = 4u.



UNMSM

8. Si AM = MP y NC = NP, calcula la m∠MPN.



Resolución:

ΔAMP: Isósceles

$m\angle MAP = m\angle MPA = \beta$

ΔPNC: Isósceles

$m\angle NPC = m\angle NCP = \theta$

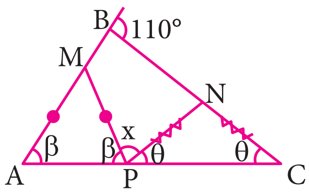
$\Delta ABC: \beta + \theta = 110°$

Piden: $m\angle MPN = x$

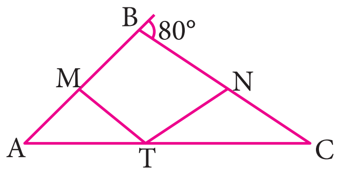
$x + \beta + \theta = 180°$

$x + 110° = 180°$

$\boxed{x = 70°}$

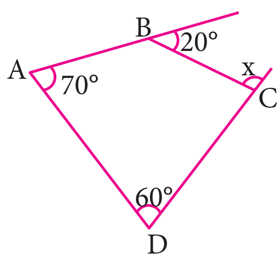


9. Si AM = MT y TN = NC, calcula la m∠MTN.



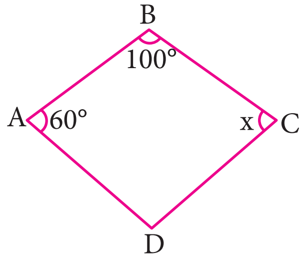
10. En un triángulo ABC, se ubica el punto "D" en $\overline{AC}$, tal que AD = DB y DC = BC. Si m∠BAD = 25°, calcula la m∠ACB.

11. Calcula "x".



UNI

12. Calcula "x" si AB = BC = AD.



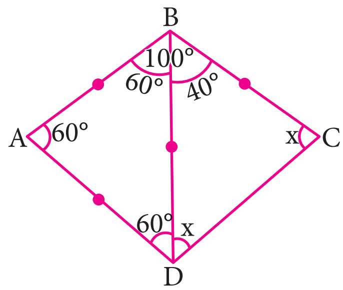
Resolución:

Se traza $\overline{BD}$ tal que ΔABD es equilátero
⇒ AB = AD = BD

ΔDBC: Isósceles.

BD = BC

m∠BDC = m∠BCD = x

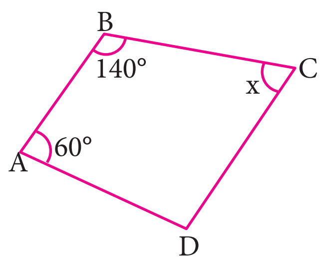


Luego; Piden "x"

ΔDBC: x + x + 40° = 180°

$\boxed{x = 70°}$

13. Calcula "x" si AB = BC = AD.



14. Calcula "x" si AC = BC.