



# Materiales Educativos GRATIS

## GEOMETRIA

## CUARTO

# PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS

### POLÍGONO

Es aquella figura que se forma al unir tres o más puntos no colineales de un mismo plano, mediante segmentos de recta, limitando una única región del plano. A dichos puntos se le denomina vértices, y a los segmentos, lados del polígono.

#### Elementos:

Vértices:  $A, B, C, D, E, F, y G$

Lados:  $AB, BC, CD; \dots GA$

#### Elementos asociados:

Diagonal:  $AC, AD, AE \dots$

Diagonales medias:  $\overline{PQ} \dots$

#### Notación:

Polígono  $ABCD \dots G$ .

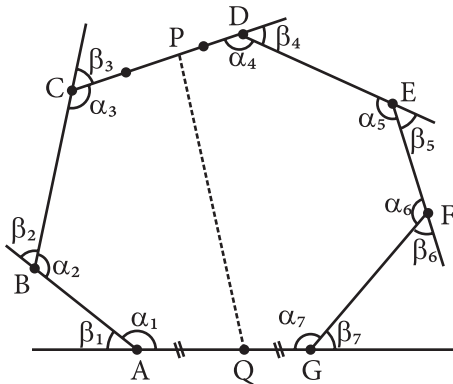
#### Medidas de los ángulos asociados:

Interiores:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_7$

Exteriores:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \beta_7$

#### Perímetro (2p)

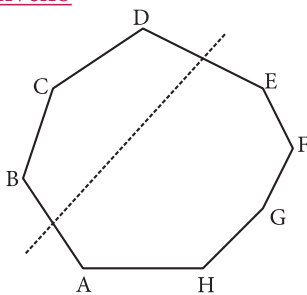
$$2p = AB + BC + \dots + GA$$



### CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

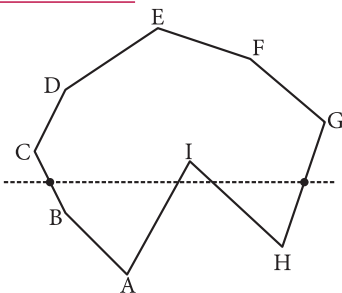
#### A. Según su región interior

##### a) P. convexo



ABCD... H es un polígono convexo

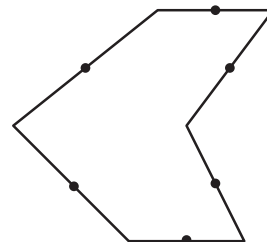
##### b) P. cóncavo



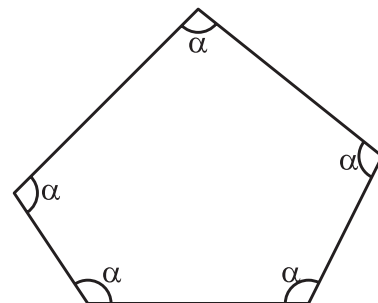
ABC... I es un polígono cóncavo o no convexo.

#### B. Según las medidas de sus elementos

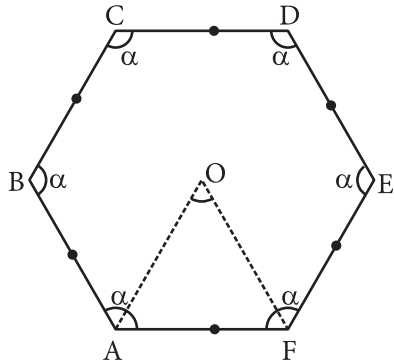
##### a) P. equilátero



##### b) P. equiángulo



c) P. regular



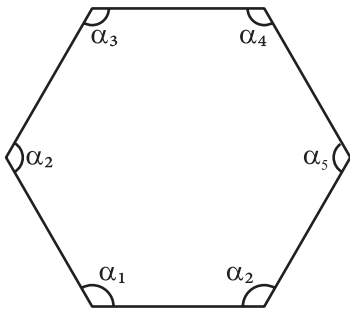
ABCDEF es un hexágono regular de centro O y ángulo central cuya medida es  $\theta$ .

C. Según el número de lados

| n | Nombre       | n  | Nombre      |
|---|--------------|----|-------------|
| 3 | Triángulo    | 9  | Eneágono    |
| 4 | Cuadrilátero | 10 | Decágono    |
| 5 | Pentágono    | 11 | Endecágono  |
| 6 | Hexágono     | 12 | Dodecágono  |
| 7 | Heptágono    | 15 | Pentacágono |
| 8 | Octógono     | 20 | Icoságono   |

**TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES**

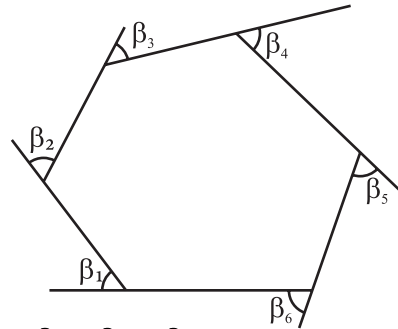
- Suma de las medidas de los ángulos interiores



$$S_{m\angle} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots$$

$$S_{m\angle} = 180^\circ (n - 2)$$

- Suma de las medidas de los ángulos exteriores



$$S_{m\angle e} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots$$

$$S_{m\angle e} = 360^\circ$$

- Suma de las medidas de los ángulos centrales

En todo polígono regular, la suma de las medidas de sus ángulos centrales es igual a  $360^\circ$ .

$$S_{m\angle c} = 360^\circ$$

**PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS EQUIÁNGULOS**

- Número total de diagonales

$$N_D = \frac{n(n-3)}{2}$$

- Medida de un ángulo interior

$$m\angle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$$

- Número total de diagonales medias

$$N_{Dm} = \frac{n(n-1)}{2}$$

- Medida de un ángulo exterior

$$m\angle e = \frac{360}{n}$$

- Medida de un ángulo central

$$m\angle c = \frac{360^\circ}{n}$$

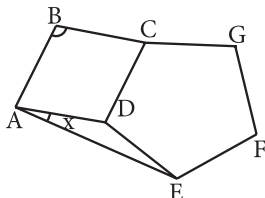
## TRABAJANDO EN CLASE

### Integral

1. ¿Cuál es el polígono que al aumentar en 2 su número de lados, su número de diagonales aumenta en 17?
2. ¿Cuál es el polígono que tiene el mismo número de lados y de diagonales.
3. ¿Cuál es el polígono que al disminuir en 3 su número de lados, su número de diagonales disminuye en 18?

### PUCP

4. Si ABCD y CDEFG son polígonos regulares, calcula "x".



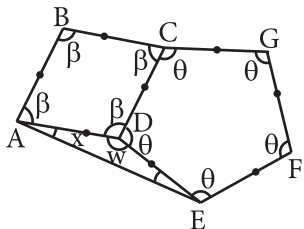
#### Solución

Sabemos que al ser polígonos regulares se cumple que ángulos y lados son iguales.

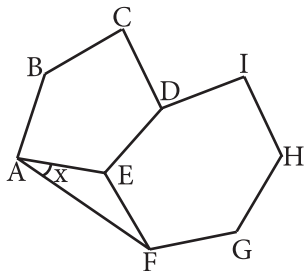
$$B = \frac{180(4-2)}{4} \quad \beta = 90^\circ$$

$$\theta = \frac{180(5-2)}{5} \quad \theta = 108^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + w = 180 \rightarrow x =$$



5. Si ABCDE y FGHIDE son polígonos regulares, calcula "x".



6. Si la suma de los ángulos internos, externos y centrales es  $1980^\circ$ , calcula el número de vértices de dicho polígono.
7. Si la medida de un ángulo interior es igual a la medida del ángulo exterior aumentado en  $100^\circ$ , calcula el número de lados del polígono.

### UNMSM

8. Si en un polígono regular ABCDE... la  $m\angle ACE = 140^\circ$ , ¿cuántas diagonales medias tiene?

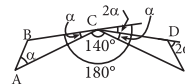
**Solución:**

Graficamos adecuadamente:

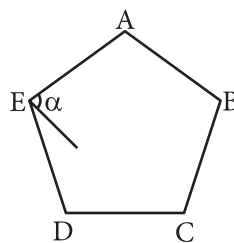
$$\Rightarrow 180 = 140 + 4\alpha \rightarrow \alpha = 10^\circ$$

$$\text{Hallamos } n \rightarrow \angle \text{ exterior} = 2\alpha = \frac{360}{n} \Rightarrow n = 18 \text{ lados}$$

$$\text{Pidén } \frac{n(n-1)}{2} = 153 \text{ diagonales medias.}$$



9. En un polígono regular ABCDE.. la  $m\angle ACE = 149^\circ$ , ¿cuántas diagonales medias tiene?
10. Los puntos A, B y C son tres vértices consecutivos de un polígono regular de 15 lados. Calcula los  $\frac{3}{2}$  de la medida del ángulo ABC.
11. Si ABCDE es un polígono regular y  $\overline{EF}$  es paralelo a  $\overline{AB}$ , ¿cuál es la medida del ángulo "alpha"?

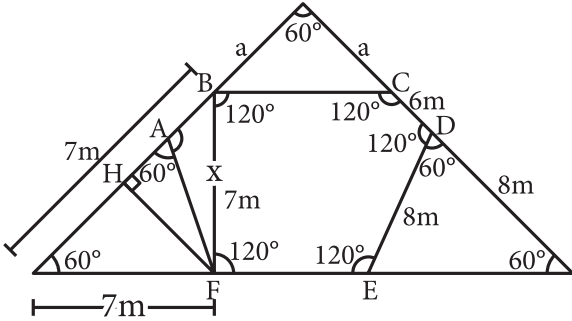


UNI

12. Si un polígono convexo equiángulo. ABCDEF, AB = 7 m, CD = 6 m y DE = 8 m, calcula BF.

Solución:

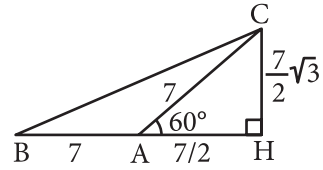
Observamos que al graficar adecuadamente y prolongar se forma un triángulo equilátero



$$QW = WS$$

$$\Rightarrow AQ = 7m = AF$$

Formamos el triángulo BHF



$$x = \left(7 + \frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow x = 7\sqrt{3}m$$

UNI

13. En un polígono convexo equiángulo ABCDEF, AB = 3 m, CD = 10 m y DE = 4 m, calcula BF.

14. Si la suma de las medidas de cinco ángulos internos de un polígono convexo es  $760^\circ$ , calcula la suma de las medidas de los ángulos externos correspondientes a los vértices restantes.

