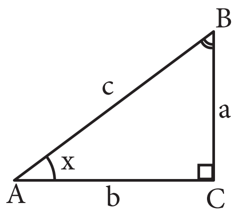
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

Tomando un triángulo ABC recto en C como referencia:



I. Razones recíprocas (inversas)

Son aquellas parejas de razones trigonométricas cuyos valores son inversos, por ejemplo:

$\text{Sen}\alpha = \frac{a}{c} \wedge \text{Csc}\alpha = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \text{Sen}\alpha \,.\, \text{Csc}\alpha = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} = 1$

En conclusión:

$\text{Sen}\alpha \,.\, \text{Csc}\alpha = 1$
$\text{Cos}\alpha \,.\, \text{Sec}\alpha = 1$
$\text{Tan}\alpha \,.\, \text{Cot}\alpha = 1$

Ángulos iguales

II. Razones complementarias (co – razones)

Se caracterizan por tener igual valor numérico solo si sus ángulos suman 90°, por ejemplo:

$\text{SenA} = \frac{a}{c} \wedge \text{Cos B} = \frac{a}{c}$

$\Rightarrow \text{SenA} = \text{Cos B}$

En conclusión:

SenA = CosB
TanA = CotB
SecA = CscB

$\boxed{A + B = 90°}$

También se puede afirmar:

$\boxed{\text{R.T.}(\theta) = \text{Co} - \text{R.T.}(90° - \theta)}$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula «x» si:

$$\text{Cos}(3x - 12°) \,.\, \text{Sec}(x + 36°) = 1$$

2. Calcula «y» si:

$$\text{Sen}(y + 10°) = \text{Cos}(y + 20°)$$

3. Calcula Cos3x, si:

$$\text{Tan}(5x) \,.\, \text{Cot}(x + 40°) = 1$$

PUCP

4. Halla Sen(x + 12°), si:

Tanx . Tan72° = 1

Resolución:

Tanx . Tan72° = 1
Tanx . Cot18° = 1
$\Rightarrow x = 18°$

Piden: $\text{Sen}(x + 12°) = \text{Sen}30° = \frac{1}{2}$

5. Halla Cos(x + 35°), si: Tan2x . Tan40° = 1

6. Halla Tan3x, si: Sen(2x + 30°) = Cos(80° – 3x)

7. Calcula:

$$E = \frac{\text{Sen}10}{\text{Cos}80} + \frac{2\text{Tan }20°}{\text{Cot}70°} - \frac{3\text{Sec}40°}{\text{Csc}50°}$$

UNMSM

8. Calcula: $E = (2Sen70° + Cos20°)(Sec20° + Csc70°)$

Resolución:

$$E = (2Sen70° + \underbrace{Cos20°}_{})(\underbrace{Sec20°}_{} + Csc70°)$$

$$E = (2Sen70° + Sen70°)(Csc70° + Csc70°)$$

$$E = (3Sen70°)(2Csc70°)$$

$$E = \underbrace{6Sen70°Csc70°}_{}$$

$$E = 6 \qquad (1)$$

$$E = 6$$

9. Calcula:

$$(4Sen26° + 3Cos64°)(Csc26° + 2Sec64°)$$

10. Si se cumple:

$$Tan\left[Cot\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \cdot Cot\,[Tan(2\theta)] = 1$$

Calcula: $K = \dfrac{Tan(\theta + 1°)}{2} - Tan(\theta + 9°)$

11. Si: $Sen2x \,.\, Cos(37° + x) = Sen(53° - x) \,.\, Cos3x$

Calcula: $N = Tan^2(3x + 6°) + Cot^2(2x + 9°)$

UNI

12. Si α y β son complementarios y además $16Sen\alpha = Sec\beta$, calcula el valor de $E = Csc\alpha - \sqrt{15}\ Cot\beta$

Resolución:

$\alpha + \beta = 90°$ (dato)

$16Sen\alpha = \underbrace{Sec\beta}_{}$

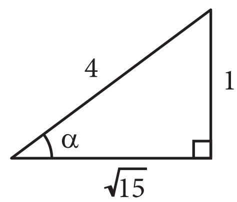
$16Sen\alpha = Csc\alpha$ … multiplicando x $Sen\alpha$

$16Sen^2\alpha = Csc\alpha \cdot Sen\alpha$

$16Sen^2\alpha = 1$

$Sen^2\alpha = \dfrac{1}{16}$

$Sen\alpha = \dfrac{1}{4}$



Piden

$E = Csc\alpha - \sqrt{15}\ \underbrace{Cot\beta}_{}$

$E = Csc\alpha - \sqrt{15}\ Tan\alpha$

$E = \dfrac{4}{1} - \cancel{\sqrt{15}} \cdot \dfrac{1}{\cancel{\sqrt{15}}}$

$E = 3$

13. Si α y θ son complementarios y además $9Cos\alpha = Csc\theta$, calcula el valor de:

$Q = Sec\alpha + Cot^2\theta$

14. Si α y β son complementarios y se verifica:

$Sen(\alpha + \pi \cdot Sen(\alpha \cdot \beta)) = Cos(\beta - \pi Cos(\alpha \cdot \beta))$

Calcula: $E = \dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}$