



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## TERCERO

# ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO III

### PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

Sean  $ax^2 + bx + c = 0$ ;  $a \neq 0$  y sus raíces « $x_1$ »  $\wedge$  « $x_2$ », podemos hallar el producto y la suma de raíces sin resolver la ecuación.

$$\text{Suma} = S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Producto} = P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

### DIFERENCIA DE RAÍCES

Para hallar la diferencia de raíces es recomendable utilizar la propiedad de Legendre, así:

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4x_1x_2$$

También existe una fórmula, que es la siguiente:

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

### Ejemplo:

Sea  $x^2 + x - 3 = 0$ , entonces si su C.S. =  $\{x_1, x_2\}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \pm \frac{\sqrt{1^2 - 4(1)(-3)}}{1} = \pm \sqrt{13}$$

### Raíces simétricas

Llamamos así a las raíces cuya suma es cero, es decir:

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 0$$

$$\Rightarrow b = 0$$

Por lo tanto,

$$\text{Raíces simétricas} \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

### Ejemplo:

Calcula el valor de «m» si tiene raíces simétricas:

$$3x^2 - (2m - 8)x + 4 = 0$$

### Resolución:

Sabemos:

$$\text{Raíces simétricas} \Rightarrow b = 0$$

Luego, reconociendo coeficientes:

$$a = 3; b = -(2m - 8); c = 4$$

$$-(2m - 8) = 0 \Rightarrow 8 - 2m = 0 \Rightarrow m = 4$$

### Raíces recíprocas

Llamamos así a las raíces cuyo producto es la unidad, es decir:

$$x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow c = a$$

Por lo tanto,

$$\text{Raíces recíprocas} \Rightarrow \boxed{c = a}$$

### Ejemplo:

Calcula el valor de «m» si tiene raíces recíprocas:

$$(5m - 1)x^2 + 8x + 9 = 0$$

### Resolución:

Sabemos:

$$\text{Raíces recíprocas} \Rightarrow a = c$$

Luego, reconociendo coeficientes:

$$a = 5m - 1; b = 8; c = 9$$

$$5m - 1 = 9 \Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2$$

### Raíz nula

Una raíz nula es aquella que vale cero; es decir,  $x = 0$ .

Si reemplazamos  $x = 0$  en  $ax^2 + bx + c = 0$ , obtenemos que  $c = 0$ , luego:

$$\boxed{\text{raíz nula} \Rightarrow c = 0}$$

### Ejemplo:

Calcula «n» en  $x^2 + 2x + n - 5 = 0$ ; si tiene una raíz nula.

$$\text{Raíz nula} \Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow n - 5 = 0$$

$$\Rightarrow n = 5$$

## Trabajando en clase

### Integral

- Sea  $x^2 - 3x - 5 = 0$ , calcula la suma, el producto y la diferencia de sus raíces.
- Calcula «m» para cada caso en la ecuación:  
 $(2m - 1)x^2 + (m - 2)x - 3m + 8 = 0$   
 I) Para que tenga raíces simétricas.  
 II) Para que tenga raíces recíprocas.  
 III) Para que tenga una raíz nula.
- Sea  $3x^2 - 5x + 7 = 0$  con raíces  $\{x_1; x_2\}$  calcula:  
 $E = x_1 + x_2 + x_1x_2$

### UPCP

- Calcula el valor de «a» en la siguiente ecuación, si la suma de raíces es 3.

$$5x^2 - (a + 3)x + 12 = 0$$

Resolución:

$$a = 5; b = -(a + 3); c = 12$$

$$\text{Suma raíces} = -\frac{b}{a}$$

$$3 = -\frac{-(a + 3)}{5}$$

$$15 = a + 3$$

$$\therefore 12 = a$$

- Calcula el valor de «a» en la siguiente ecuación, si el producto de raíces es 4.

$$3x^2 - 5x + (m - 3) = 0$$

- Si  $3x^2 + 5x + 8 = 0$  de raíces  $\{x_1; x_2\}$ , calcula:  
 $E = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$

- Si la suma de raíces de  $(2m - 3)x^2 + mx + 5 - m = 0$  es -4, calcula el producto de raíces.

### UNMSM

- Si  $5x^2 - 2x + 3 = 0$ , cuyas raíces son  $x_1 \wedge x_2$ , calcula:

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

Resolución:

$$5x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-2)}{5} = \frac{2}{5}$$

$$x_1x_2 = \frac{3}{5}$$

Reemplazando:

$$A = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3}$$

- Si  $2x^2 - 5x - 1 = 0$ , cuyas raíces son  $x_1 \wedge x_2$ , calcula:  
 $A = x_1^{-1} + x_2^{-1}$

- Si la ecuación:  $2x^2 - 10x + 8 = 0$ , donde «a» y «b» son raíces de la ecuación, calcula:

$$M = 4a + 4b - 3ab$$

- Calcula «m» en la ecuación:  $mx^2 + (m + 2)x + m - 1 = 0$ , si se cumple que:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$$

donde  $\{x_1, x_2\}$  son raíces de la ecuación.

### UNI

- Si una raíz es el inverso multiplicativo de la otra en  $(4k - 2)x^2 + (1 - 7k)x + 3k = 0$ , calcula la suma de raíces.

Resolución:

$$\frac{\text{Raíces inversas}}{= \text{Raíces recíprocas}} = \frac{\text{Inverso multiplicativo de la otra}}{=}$$

$$a = c$$

$$4k - 2 = 3k$$

$$\therefore k = 2$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Suma de raíces} = \frac{13}{6}$$

- Si una raíz es el inverso multiplicativo de la otra en:  
 $(3k + 1)x^2 + (k - 3)x - k + 9 = 0$   
 calcula la suma de raíces.

- Si las raíces de la siguiente ecuación:

$$(2k + 3)x^2 + (2k - 6)x + k = 0$$

tiene signos contrarios e igual valor absoluto, calcula el producto de raíces.