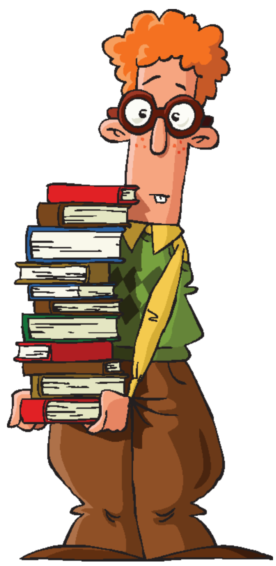
ANÁLISIS DIMENSIONAL II

DEFINICIÓN

Siguiendo con el estudio del análisis dimensional, en este capítulo veremos cómo calcular las ecuaciones dimensionales de algunas ecuaciones físicas, aplicando para ello nuevas propiedades y principios.

PROPIEDADES DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES PARTE II

1. La ecuación dimensional de todo ángulo, razón trigonométrica y, en general, de toda cantidad adimensional es uno.
   - $\left[\text{sen}(53°)\right]=1$
   - $\left[\log(x)\right]=1$
   - $\left[64°\right]=1$



2. La ecuación dimensional del exponente de toda magnitud física es igual a uno.
   - $(\text{fuerza})^{\frac{2V}{P}H}=2N$ se cumple

     $$\left[\frac{2V}{P}H\right]=1$$

   - $9^{\frac{FV}{3x}}=3$ se cumple

     $$\left[\frac{FV}{3x}\right]=1$$

PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL (PHD)

En toda ecuación dimensionalmente correcta, los términos que se suman o se restan deben tener la misma ecuación dimensional.

Por ejemplo, si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta:

$$A + B = C$$

Entonces se debe cumplir que

$$\left[A\right]=\left[B\right]=\left[C\right]$$

Ejemplo:
Sabiendo que la siguiente expresión es dimensionalmente correcta: $H = a^F - b^P$

Donde F: fuerza y P: presión. Indica la ecuación dimensional de $\frac{a}{b}$.
Del problema se cumple

$$[H]=[aF-bP]$$

Por el principio de homogeneidad

$$[H]=[aF]=[bP]$$

$$[H]=[a][F]=[b][P]$$

$$[a]MLT^{-2}=[b]ML^{-1}T^{-2}$$

$$\frac{[a]}{[b]}=\frac{ML^{-1}T^{-2}}{MLT^{-2}}$$

$$\therefore \frac{[a]}{[b]}=L^{-2}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Si A representa el área, ¿cuál es la ecuación dimensional de x?

$$A\log(30)=\left[56.x^{1/2}\right]$$

Solución:

$$[A][\log(30)]=[56]\left[x^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$L^2.1=1.[x]^{\frac{1}{2}}$$

$$[x]^{\frac{1}{2}}=L^2$$

$$\therefore [x]=L^4$$

2. Si P representa la presión, ¿cuál es la ecuación dimensional de Y?

$$5-Y^2=36°\frac{\log(452)}{P}$$

a) $M^{-1/2}L^{1/2}T$ b) $ML^{1/2}$ c) MT
d) $M^{-1}T^{1/2}$ e) $T^{1/2}$

3. Determina la ecuación dimensional de C si la siguiente ecuación es correcta:

$$mS=6V\tan(3C/F)$$

m: masa; S: tiempo; V: volumen y F: fuerza.

a) ML b) LT^{-2} c) MLT^{-2}
d) LT e) MLT^{-1}

4. Determina la ecuación dimensional de A/B, si se sabe que v: velocidad y t: tiempo y además la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta:

$$A=ve^{Bt^2}$$

a) L^{-1} b) LT^{-1} c) L^2T
d) L e) LT

UNMSM

5. Siendo m: masa y v: rapidez. Determina x.y si la energía cinética viene dada por la siguiente ecuación:

$$E_k=\frac{1}{2}m^x.v^y$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Solución:
Aplicando las dimensiones en cada término

$$[E_k]=\left[\frac{1}{2}\right][m^x][v^y]$$

$$[E_k]=\left[\frac{1}{2}\right][m]^x[v]^y$$

$$ML^2T^{-2}=1.M^x(LT^{-1})^y$$

$$ML^2T^{-2}=M^xL^yT^{-y}$$

Igualando magnitudes
$M=M^x$
$\rightarrow x=1$
$L^2=L^y$
$\rightarrow y=2$
$\therefore$ x.y = 2

6. Calcula el valor de x^y en la siguiente expresión dimensionalmente correcta:

$$v = \pi^2 a^x t^y$$

Dónde: **v** es rapidez, **a** es área y **t** es tiempo.

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

7. Calcula x – y si la siguiente expresión es dimensionalmente correcta:

$$P = \log(23).\frac{m^y}{dt^x}$$

Si se sabe que P es la presión, d es la distancia, t es tiempo y m es masa.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

8. Calcula $(x + 1)^z$ si la siguiente expresión es dimensionalmente correcta:

$$P\text{sen}75° = 85d^x t^z.m$$

Si se sabe que:
P: potencia
d: distancia
t: tiempo
m: masa

a) 27 b) 28 c) 1/27
d) 1/28 e) 1/29

Solución:

Aplicando la dimensionalidad a cada término.

$$[P \cdot \text{Sen}75°] = [85d^x \cdot t^z \cdot m]$$

$$[P]\underbrace{[\text{Sen}75°]}_{1} = \underbrace{[85]}_{1}[d^x][t^z]\cdot[m]$$

$$\Rightarrow [P] = [d^x]\cdot[t^z]\cdot[m]$$

Aplicando las propiedades del análisis dimensional.

$$[P] = [d]^x[t]^z\cdot[m]$$

Reemplazando las ecuaciones a cada término.

$ML^2\,T^{-3} = L^x.T^z\,M$

Igualando exponentes se tiene:

x = 2

z = –3

Luego reemplazando en $(x + 1)^z$

$$\therefore (x+1)^z = \frac{1}{27}$$

9. La ecuación $A = \frac{F}{t} + B$ es dimensionalmente correcta.

Si F representa la fuerza y t el tiempo, calcula la dimensión de B.

UNMSM 2013-II

a) MLT^{-2} b) ML c) MLT
d) MLT^{-3} e) LT^{-2}

10. Calcula $x^2 + y$ si un cuerpo es abandonado desde una cierta altura h, luego de un intervalo de tiempo adquiere una rapidez v. Si la aceleración de la gravedad viene dada por

$$g = \frac{1}{2}h^x v^y$$

a) –1 b) –2 c) –3
d) 3 e) 1

11. En la ecuación $H = \left(\frac{a^2 b^x}{2c^y}\right)\text{sen}\boldsymbol{\theta}$ dimensionalmente correcta, **H** es la altura, α es la rapidez, **b** es el radio y **c** es la aceleración. Determina x + y.

UNMSM 2013-II

a) 1 b) –1 c) –2
d) 0 e) 2

UNI

12. Calcula $\left[\frac{a}{c}\right]$ si la siguiente ecuación es correcta:

$$P = at^2 + c\rho$$

Dónde **P** es presión, **t** es tiempo y ρ es la densidad.

a) MT^{-2} b) ML^{-3} c) MLT^{-2}
d) $ML^{-3}T^{-2}$ e) L^3T^{-2}

Solución:

Aplicando las E.D. para cada término

$$[P] = [at^2 + c\rho]$$

Por el principio de homogeneidad se tiene

$$[P] = [at^2] = [c\rho] \quad [P] = [a][t]^2 = [c][\rho]$$

De esta manera se cumple

• $[P] = [a][t]^2$ $\quad ML^{-1}T^{-2} = [a]T^2$

$\rightarrow [a] = ML^{-1}T^{-4}$

• $[P] = [c][\rho]$ $\quad ML^{-1}T^{-2} = [c]ML^{-3}$

$\rightarrow [c] = L^2T^{-2}$

Como nos piden $\left[\frac{a}{c}\right]$, entonces

$$\left[\frac{a}{c}\right] = \frac{[a]}{[c]} \quad \left[\frac{a}{c}\right] = \frac{ML^{-1}T^{-4}}{L^2T^{-2}}$$

$$\therefore \left[\frac{a}{c}\right] = ML^{-3}T^{-2}$$

13. Calcula $\left[\dfrac{x}{x^2}\right]$ se sabe que **F** es fuerza, **H** es altura y **v** es rapidez si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta: Y = F + 1/2H×v^2.

a) LT^{-1} b) L^3T^{-3} c) L^3T^{-1}
d) L^2T^{-2} e) L^3T^{-2}

14. Si la expresión siguiente es dimensionalmente correcta, ¿cuál es la ecuación dimensional A y α respectivamente?

$$d=\frac{1}{2}At^2+\frac{1}{6}\alpha t^3$$

Si: **d**: distancia
t: tiempo

a) LT ; L^{-2} b) LT^{-1} ; LT^{-2} c) L ; T
d) T^{-2} ; L^2 e) LT^{-2} ; LT^{-3}

15. Se ha determinado que la velocidad de un fluido se puede expresar por la ecuación:

$$v=\left[\frac{2Pm}{A}+2BY\right]^{\frac{1}{2}}$$

Donde Pm es la presión manométrica del fluido e “Y” es la altura del nivel del fluido. Si la ecuación es dimensionalmente correcta, las magnitudes físicas de A y B, respectivamente, son:

UNI 2011-11

a) Densidad y aceleración
b) Densidad y velocidad
c) Presión y densidad
d) Fuerza y densidad
e) Presión y fuerza