PROPIEDADES DE LA CIRCUNFERENCIA

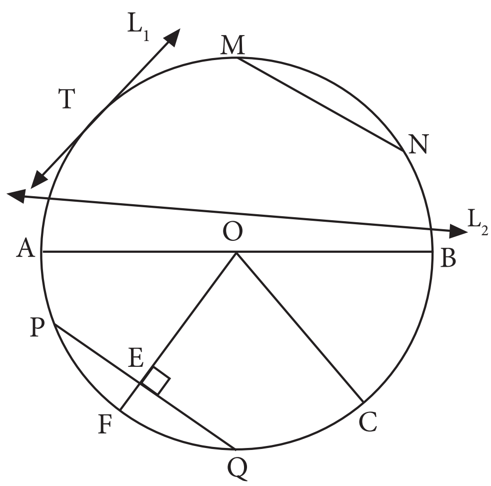
Definición

Es un conjunto infinito de puntos de un plano, que equidistan de otro punto fijo del mismo plano llamado centro.

Círculo

Es la reunión de una circunferencia y su región inferior.

Del gráfico observamos



1. Centro : «O»
2. Radio : $\overline{OA}$
3. Diámetro : $\overline{AB}$
4. Cuerda : $\overline{PQ}$
5. Arco : $\overset{\frown}{BC}$
6. Flecha o sagita : $\overline{EF}$
7. Recta tangente : L_1
8. Recta secante : L_2
9. Punto de tangencia : «T»
10. Sector circular : BOC
11. Segmento circular : MN

Radio

Segmento que une el centro de la circunferencia con cualquiera de sus puntos.

Cuerda

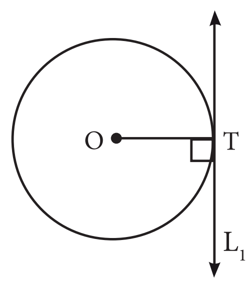
Segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

Diámetro o cuerda máxima

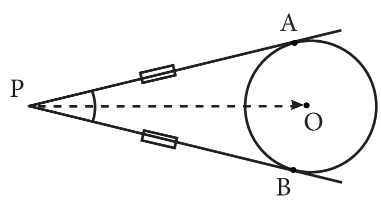
Es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.

Propiedades

1. Si «T» es punto de tangencia, entonces: $\overline{OT} \perp \overline{L}_1$.



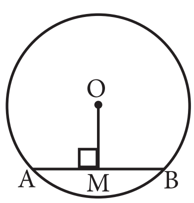
2. Si A y B son puntos de tangencia, entonces.



$\boxed{PA=PB}$

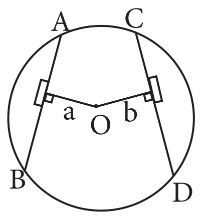
También: si «O» es centro.
$\overline{PO}$ es bisectriz de $\angle APB$

3. Si $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ entonces:



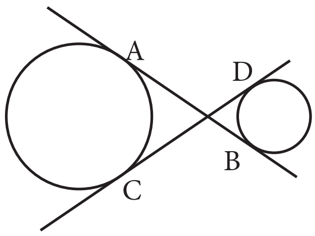
$\boxed{AM = MB}$

4. Si AB = CD entonces.



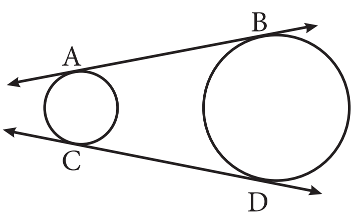
a = b

5. Tangentes comunes interiores.



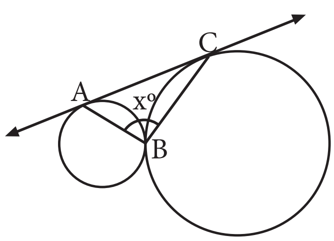
AB = CD

6. Tangentes comunes exteriores.



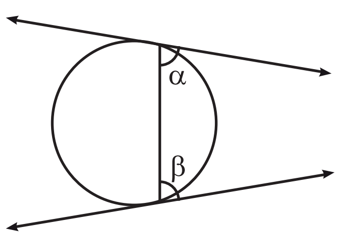
AB = CD

7. Si A y B son puntos de tangencia.



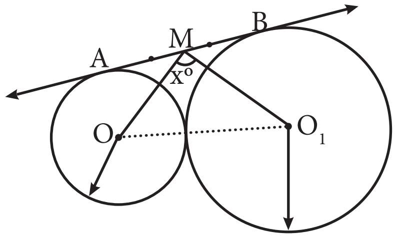
x = 90

8.



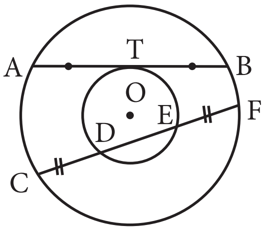
α = β

9. Si «M» es punto medio de AB.

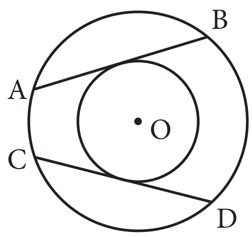


x = 90º

10. En circunferencias concéntricas.

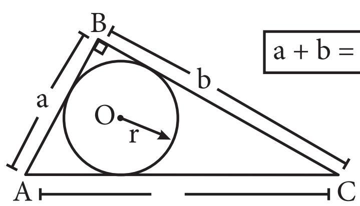


11. En circunferencias concéntricas.



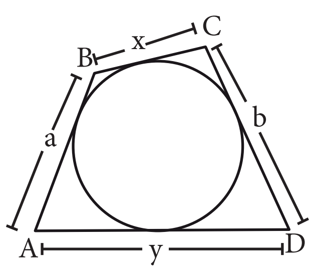
AB = CD

12. Teorema de Poncelet.



a + b = c + 2r

13. Teorema de Pithot.



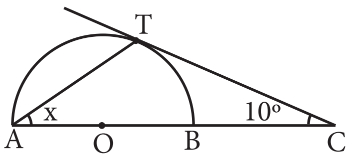
a + b = x + y = p

Donde:
P: semiperímetro del cuadrilátero

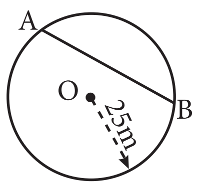
Trabajando en clase

Integral

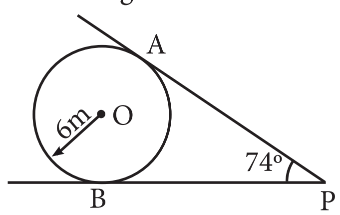
1. Del gráfico, calcula «x» si «T» es punto de tangencia. («O» es centro)



2. Del gráfico, calcula la longitud de la flecha, si AB = 48 m. («O» es centro).

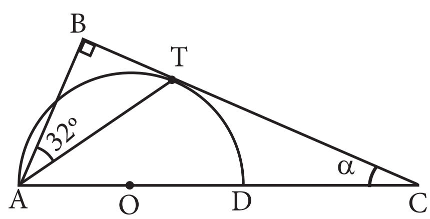


3. Del gráfico, calcula «PA», si «O» es centro y, A y B son puntos de tangencia.

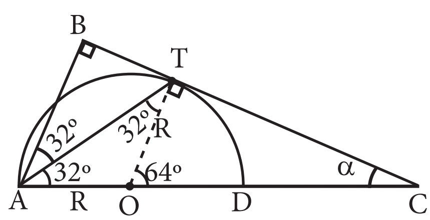


PUCP

4. Calcula «α» si «T» es punto de tangencia y «O» es centro.



Resolución:

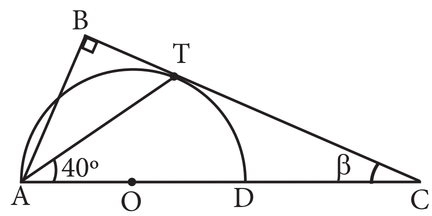


a) Trazamos el radio a la tangente
$\rightarrow\ \overline{OT} \perp \overline{BC}$
$\rightarrow\ \overline{AO} = \overline{OT}$ = «R»
$\rightarrow\ \overline{AB}\ //\ \overline{OT}$

b) Aplicando la propiedad de paralelas
$m\angle ATO = m\angle BAT = 32°$

c) Por ángulo exterior: $m\angle TOC = 64°$
$\therefore\ 64 + \alpha = 90° \rightarrow \alpha = 26°$

5. Del gráfico, calcula «β» si «T» es punto de tangencia y «O» es centro.



6. Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide 30° y el lado mayor mide 4 m. Calcula la media del radio de la circunferencia inscrita en este triángulo.

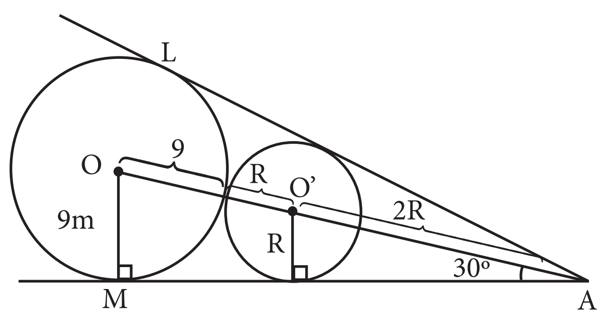
7. Si la mediana de un trapecio circunscrito a una circunferencia mide 6 m, calcula el perímetro del trapecio.

UNMSM

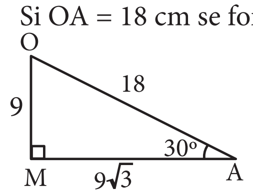
8. La circunferencia C_1 y C_2 de centro O y O' respectivamente son tangentes exteriores y los segmentos de recta $\overline{AM}$ y $\overline{LA}$ son tangentes a estas. Si OA = 18 cm y el radio C_1 mide 9 cm, ¿cuánto mide el radio de C_2?

Resolución:

❖ Dibujamos correctamente
❖ Trazamos el radio de la tangente



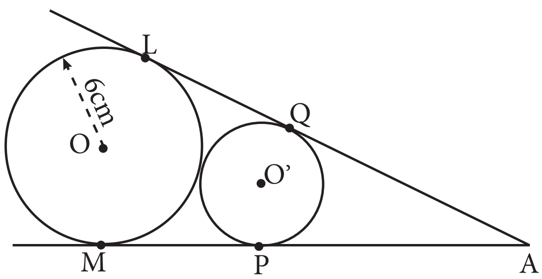
❖ Si OA = 18 cm se forma



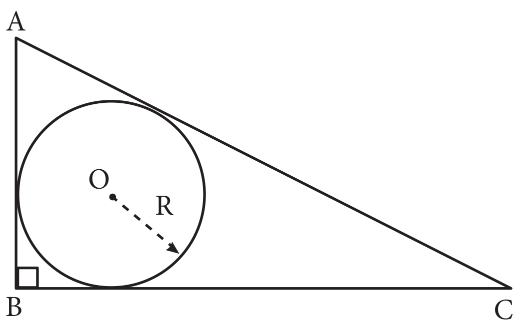
$\therefore$ O'A = 2R y OO' = 9 + R

$\Rightarrow$ 9 +R + 2R = 18 $\rightarrow$ R = 3cm

9. Del gráfico, calcula «R» si 12 cm y L, Q, M y P son puntos de tangencia.



10. En la figura AB = 9 m y AC = 41 m, calcula la medida del radio de la circunferencia inscrita en el triángulo ABC. («O» es centro)



11. Por un punto «P» que dista 100 m del centro de una circunferencia de radio 60 cm, se trazan tangentes a la circunferencia denotados por «Q» y «R» a los puntos de tangencia. Determine la longitud del segmento $\overline{QR}$.

UNI

12. Las longitudes de dos circunferencias coplanares están en relación de 5 a 2 y su suma es 14 πm; si la distancia entre sus centros es dos veces la diferencia de sus radios, podemos afirmar que las circunferencias son:

Resolución:

Sabemos que: $\frac{2\pi R}{\cancel{2\pi} r} = \frac{5}{2}$

R = 5k y r = 2k

Además $2\pi R + 2\pi r = 14\pi$

$R + r = 7$

$\Rightarrow$ R = 5 m y r = 2 m

Dicen que su distancia es 2 veces la diferencia de sus radios:

$R - r = 3$

$\Rightarrow$ Distancia = 6 m < R + r

$\therefore$ son secantes

13. Las longitudes de 2 circunferencias coplanares están en relación de 7 a 3 y su suma es 20 πm; si la distancia entre sus centros es 2 veces la diferencia de sus radios, podemos afirmar que las circunferencias son:

14. En un triángulo ABC se cumple que AB = BC = 5 cm y AC = 6 cm. Encuentre la longitud de la circunferencia que pasa por los puntos A y C sabiendo que los lados AB y BC son tangentes a dicha circunferencia.