



# Materiales Educativos GRATIS

## ARITMETICA

## PRIMERO

# PROPIEDADES DE MCM Y MCD

### I. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)

El MCM de un conjunto de números es el menor de los múltiplos comunes positivos a dicho conjunto de números.

**Ejemplo:**

Números	Múltiplos
8	8; 16; 24; 32; 40; 48; ...
12	12; 24; 36; 48; 60; 72; ...



El menor múltiplo común  
⇒ MCM (8; 2) = 24

### II. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

El MCD de un conjunto de números es el mayor de los divisores comunes de dicho conjunto de números.

**Ejemplo:**

Números	Divisores
8	1; 2; 4; 8
12	1; 2; 3; 4; 6; 12



Mayor divisor común  
⇒ MCD (8;12) = 4

Determinación de MCD y MCM

#### 1. Por descomposición simultánea

**Ejemplo:** calcula el MCD y el MCM de 100; 180; 240.

Para calcular el MCD, se toman solamente los divisores comunes.

100	-	180	-	240		2
50	-	90	-	120		2
25	-	45	-	60		5
5	-	9	-	6		

$$\text{MCD}(100; 180; 240) = \underbrace{2 \times 2 \times 5}_{20}$$

Para calcular el MCM, se continúa la descomposición considerando todos los divisores que admitan los números hasta que cada número se reduzca a la unidad.

100	-	180	-	240		2
50	-	90	-	120		2
25	-	45	-	60		2
25	-	45	-	30		2
25	-	45	-	15		3
25	-	15	-	5		3
25	-	5	-	5		5
5	-	1	-	1		5
1	-	1	-	1		

$$\text{MCM}(100; 180; 240) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

#### 2. Por descomposición canónica

**Ejemplo:**

$$P = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^3$$

$$R = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 11^2$$

MCD (P;R) = producto de los divisores primos comunes con sus menores exponentes.

$$\Rightarrow \text{MCD (P;R)} = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

MCM (P;R) = producto de los divisores primos comunes y no comunes con sus mayores exponentes.

$$\Rightarrow \text{MCM (P;R)} = 2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 7^3 \times 11^2$$

### III. PROPIEDADES

1. Si A y B son dos números PESI, entonces:

- $\text{MCD (A; B)} = 1$
- $\text{MCM (A; B)} = A \times B$

2. Si  $A = B$ , entonces:

- $\text{MCD (A; B)} = B$
- $\text{MCM (A; B)} = A$

3. Si:

- $\text{MCD (nA; nB)} = n \text{ MCD (A; B)}$
- $\text{MCM (nA; nB)} = n \text{ MCM (A; B)}$

4. Para dos números A y B se cumple:

- $\text{MCD (A; B)} \times \text{MCM (A; B)} = A \times B$



## Trabajando en clase

### Integral

1. Calcula el MCD de 48; 24 y 16.
2. Calcula el MCM de 54; 30 y 27.
3. ¿Cuál es la suma del MCD de 48 y 24 con el MCM de 60 y 180?

### Católica

4. Si se cumple lo siguiente:

$$A = 2^5 \times 3^4 \times 5^3$$

$$B = 2^3 \times 3^6 \times 5 \times 7$$

Determina MCD (A; B) y MCM (A; B) expresado canónicamente.

Resolución:

$$\text{MCD (A; B)} = 2^3 \times 3^4 \times 5$$

(Divisores primos comunes elevados al menor exponente)

$$\text{MCM (A; B)} = 2^5 \times 3^6 \times 5^3 \times 7^1$$

(Todos los divisores primos elevados al mayor exponente)

5. Si se cumple lo siguiente:

$$P = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$E = 2^3 \times 3^6 \times 7^4$$

determina el MCD (P; E) y el MCM (P; E) expresado canónicamente.

6. ¿Cuál es el producto del MCD de 420 y 144 con el MCD de 390 y 360?

7. Calcula el valor de «x» si el MCD de A y B tiene 12 divisores:  $A = 2^x \cdot 7^5$

### UNMSM

8. Si se cumple lo siguiente:

$$E = 12 \times 15 \times 20$$

$$P = 3 \times 10 \times 16$$

determina el MCM (E; P) canónicamente.

Resolución:

Para hacer el MCM (E; P) canónicamente, hay que descomponer E y P canónicamente.

$$E = 12 \times 15 \times 20 \Rightarrow E^2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2^2 \times 5$$

$$E = 2^4 \cdot 3^2 \times 5^2$$

De la misma manera descomponemos:

$$P = 3 \times 5 \times 2 \times 2^4$$

$$P = 2^5 \times 3^1 \times 5^1$$

$$E = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$P = 2^5 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\text{MCM}(E; P) = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$$

9. Si se cumple lo siguiente:

$$G = 25 \times 30 \times 48$$

$$C = 4 \times 81 \times 120$$

determina el MCM (G; C) canónicamente.

10. Divide el MCM de 240 y 180 con el MCD de 800 y 850.

11. Si  $\text{MCM}(6A; 6B) = 48$ , calcula  $\text{MCM}(A; B)$

## UNI

12. Si el  $\text{MCD}(P; P-1) = m^3 - 26$ , calcula  $4m$ .

**Resolución:**

Por propiedad, si dos números son consecutivos, son PESI, y si A y B son PESI,  $\text{MCD}(A; B) = 1$ ; entonces, para P; P - 1 (dos números consecutivos).

$$\text{El } \text{MCD}(P; P-1) = 1 = m^3 - 26 \Rightarrow m^3 - 26 \Rightarrow m^3 = 32$$

$$m = 3$$

$$\text{Piden: } 4 \times 3 = 12$$

13. Si  $\text{MCD}(a - 1; a) = P^3 - 7$ , calcula «4p».

14. Calcula el MCD (32; 24; 64; 40)

