



# Materiales Educativos GRATIS

## GEOMETRIA

## QUINTO

# PROPIEDADES FUNDAMENTALES Y AUXILIARES DE LOS TRIÁNGULOS

### TRIÁNGULO RECTILÍNEO

Perímetro de la región triangular ABC.

$$2P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC$$

**Elementos:**

Vértices: A, B, C

Lados:  $\overline{AB}$ ;  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$

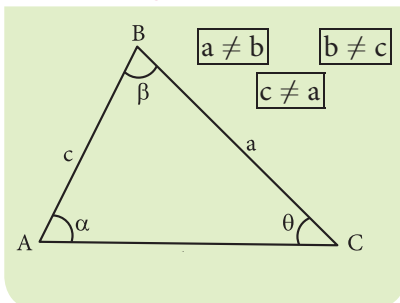
Notación:

$\triangle ABC$  se lee triángulos ABC.

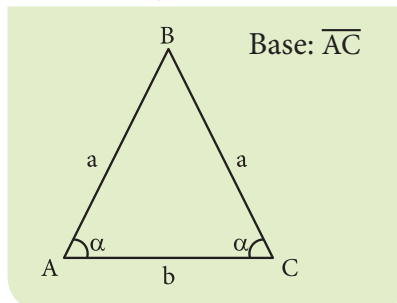
### CLASIFICACIÓN

#### 1. Según sus lados:

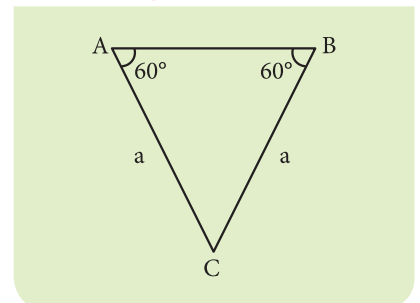
##### Triángulo escaleno



##### Triángulo isósceles

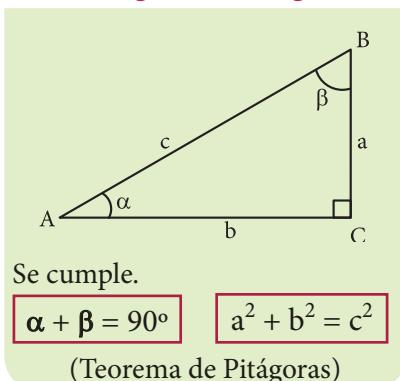


##### Triángulo equilátero

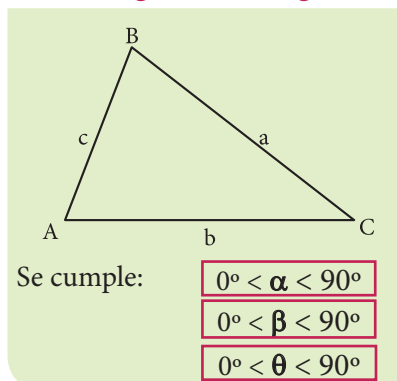


#### 2. Según sus ángulos

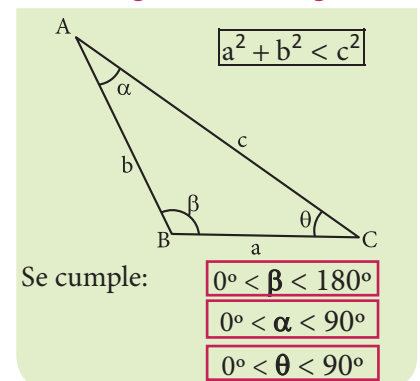
##### Triángulo rectángulo



##### Triángulo acutángulo



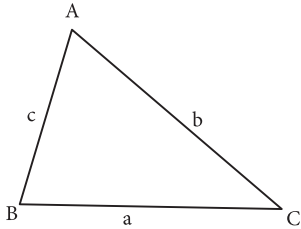
##### Triángulo obtusángulo



## TEOREMAS

### 1. Relación de existencia

$$a \geq b \geq c$$

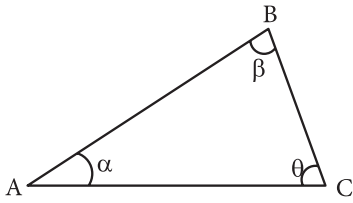


$$\begin{cases} b-c < a < b+c \\ a-c < b < a+c \\ a-b < c < a+b \end{cases}$$

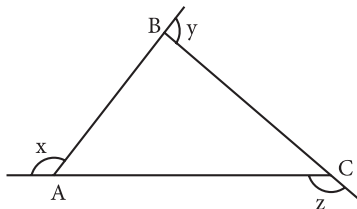
**Nota:** Si nos indican en un problema que dibujemos un triángulo y no especifican el tipo de triángulos se dibuja siempre un triángulo escaleno.

## PROPIEDADES FUNDAMENTALES

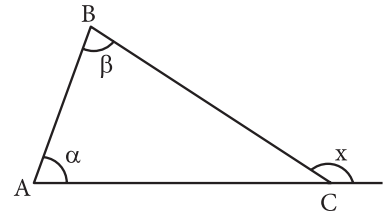
$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$



$$x + y + z = 360^\circ$$

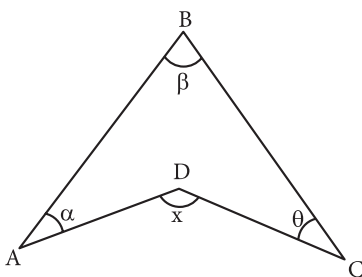


$$x = \alpha + \beta$$

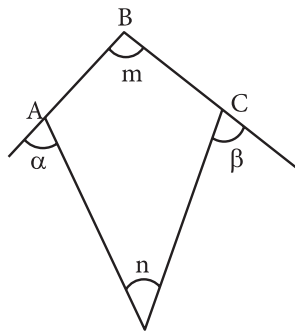


## PROPIEDADES ADICIONALES

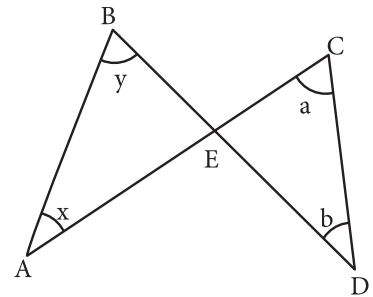
$$x = \alpha + \beta + \theta$$



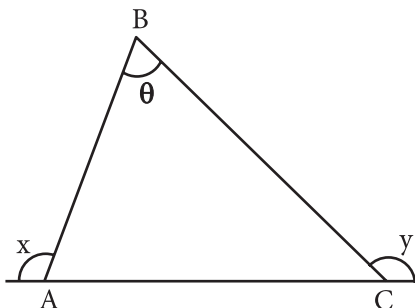
$$\alpha + \beta = m + n$$



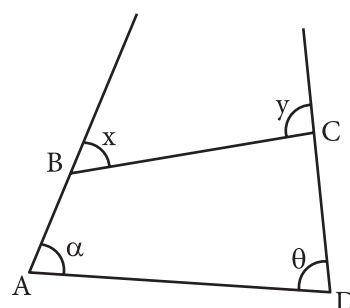
$$x + y = a + b$$



$$x + y = 180^\circ + \theta$$

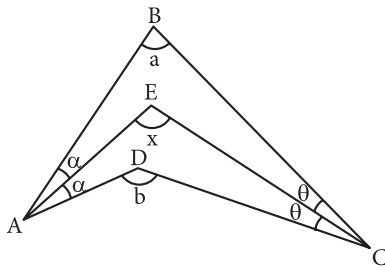


$$\alpha + \theta = x + y$$



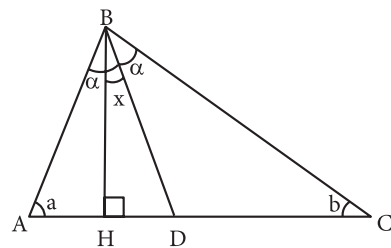
También:

1.



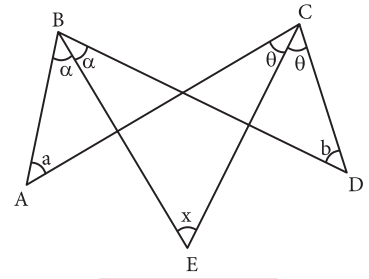
$$x = \frac{a+b}{2}$$

2.



$$x = \frac{a-b}{2}$$

3.

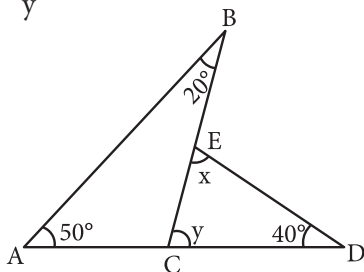


$$x = \frac{a+b}{2}$$

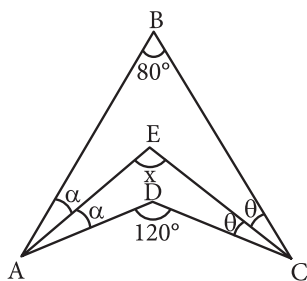
### TRABAJANDO EN CLASE

#### Integral

- Si un triángulo rectángulo, un ángulo externo mide  $140^\circ$ , ¿cuál es la medida del ángulo externo del otro ángulo agudo?
- Calcula " $\frac{x}{y}$ ":

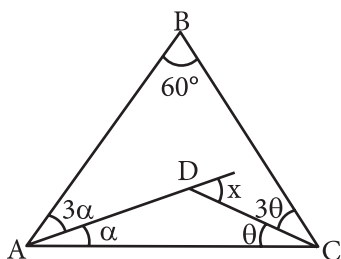


- Calcula "x".



#### PUCP

- Calcula "x".



#### Resolución:

En el triángulo ADC por propiedad

$$x = \alpha + \theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

Luego en el triángulo ABC, por propiedad

$$4\alpha + 4\theta + 60^\circ = 180^\circ$$

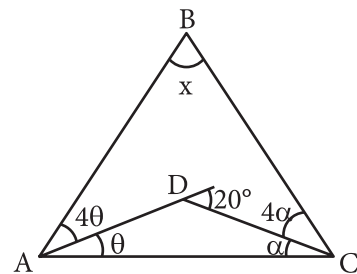
$$4\alpha + 4\theta = 120^\circ$$

$$\alpha + \theta = 30^\circ$$

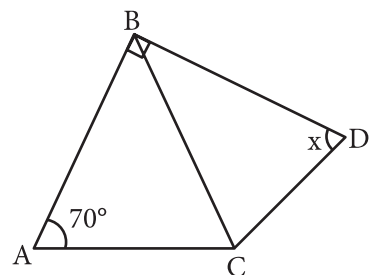
Reemplazando en la ecuación (1)

$$x = 30^\circ$$

- Calcula "x".



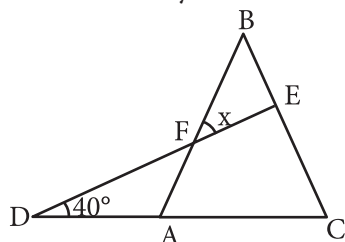
- Calcula "x", si  $AB = BC = BD$ .



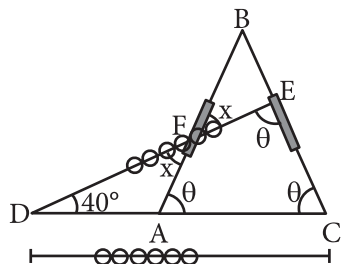
- Si dos lados de un triángulo miden  $5u$  y  $7u$ , ¿cuál es el valor del mínimo perímetro entero de dicho triángulo?

**UNMSM**

8. Calcula "x", si  $AB = BC$  y  $CD = DE$ ,



Resolución:



Piden: "x"

$AB = BC = \text{---}$ ;  $CD = DE = \text{ooooo}$

Además:

$\triangle ABC$  : isósceles  $\Rightarrow m\angle BAC = m\angle BCA = \theta$

$\triangle DEC$  : isósceles  $\Rightarrow m\angle DEC = m\angle ECD = \theta$

En el triángulo DEC, por propiedad

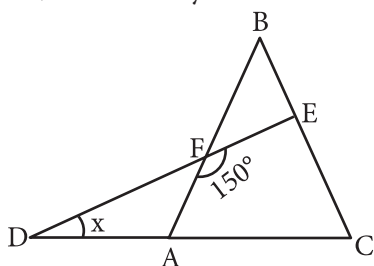
$$40^\circ + 2\theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 70^\circ$$

Finalmente en el triángulo DFA, por propiedad.

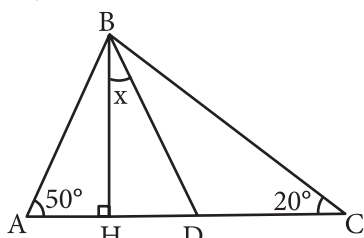
$$40^\circ + x = \theta \Rightarrow 40^\circ + x = 70^\circ$$

$$\therefore \boxed{x = 30^\circ}$$

9. Calcula "x", si  $AB = BC$  y  $CD = DE$ .

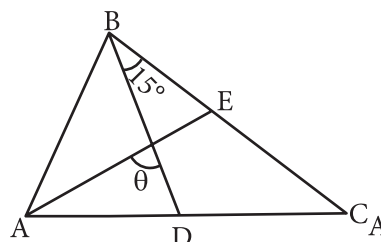


10. Calcula "x", si  $\overline{BM}$  es bisectriz del  $\angle ABC$

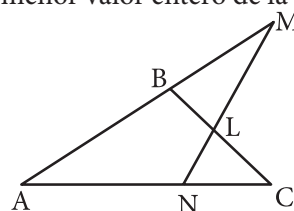


11. Calcula "theta", si:  $AB = BD$  y  $m\angle CAE = m\angle ABD = m\angle ACB$ .

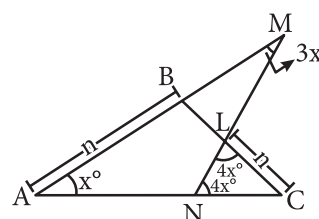
**UNI**



12. Si:  $AB = LC = NC$  y  $m\angle BML = 3(m\angle CAB)$ .  
Calcula el menor valor entero de la  $m\angle CAB$



Resolución



Piden el mayor valor entero de:

Datos:

$$AB = LC = NC$$

$$m\angle BML = 3(m\angle CAB)$$

En el  $\triangle AMN$

$$m\angle MNC = 3x + x = 4x$$

$$LC = NC$$

$$m\angle NLC = m\angle LNC = 4x$$

En el  $\triangle NLC$

$$8x + \phi = 180^\circ \Rightarrow \phi = 180^\circ - 8x$$

Luego:

$$BC > AB$$

$$x > 180^\circ - 8x$$

$$9x > 180^\circ$$

$$x > 20^\circ$$

$$\therefore x_{\min} = 21^\circ$$

13. Se ubica el punto P exterior relativo al lado  $\overline{BC}$  de un triángulo ABC. Las longitudes de los segmentos  $\overline{PB}$ ,  $\overline{PC}$  y  $\overline{PA}$  están en razón de 1, 2 y 3. Calcula la suma del mayor y menor valor entero que puede tomar AP, si el perímetro de la región triangular ABC es 36 cm.

14. En un triángulo equilátero ABC, se ubica el punto "D" exterior y relativo al lado  $\overline{AC}$ . Si  $90^\circ < m\angle ADC = 180^\circ$ ;  $AD = 8u$  y  $CD = 15u$ . Calcula el menor perímetro entero del triángulo ABC.