



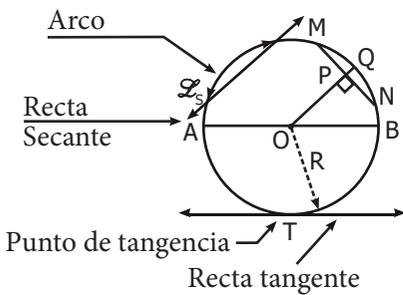
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA

PRIMERO

PROPIEDADES FUNDAMENTALES DE LA CIRCUNFERENCIA

Es la figura geométrica formada por los puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo coplanar a ellos, este último es denominado «centro», y la distancia del centro hacia los puntos de la circunferencia se le conoce con el nombre de «radio».

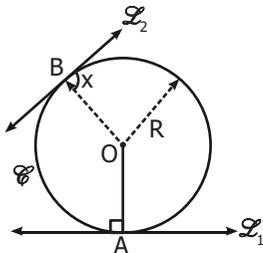


Elementos

- ▶ \overline{AB} : diámetro
- ▶ \overline{PQ} : flecha o sagita
- ▶ \overline{MN} : cuerda
- ▶ R : radio

PROPIEDADES FUNDAMENTALES

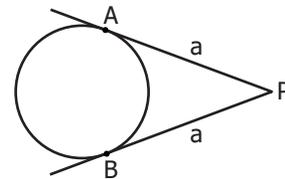
1. En toda circunferencia que es tangente a una recta, se cumple que el radio dirigido al punto de tangencia es perpendicular a la recta tangente. En la figura, \mathcal{L}_1 es tangente a la circunferencia \mathcal{C} en A, entonces, tenemos:



$$\overline{OA} \perp \overline{\mathcal{L}_1}$$

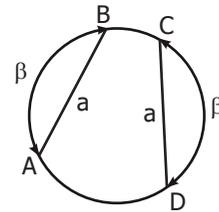
También $\overline{\mathcal{L}_2}$ es tangente a la circunferencia \mathcal{C} en B,
 $\Rightarrow \overline{OB} \perp \overline{\mathcal{L}_2}$, es decir: $x = 90^\circ$

2. Los segmentos tangentes a una circunferencia trazados desde un mismo punto exterior son de igual longitud.



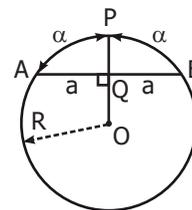
En la figura, A y B son puntos de tangencia, luego tenemos: $PA = PB = a$

3. En la misma circunferencia, dos cuerdas de igual longitud subtienden arcos de igual medida.



En la figura, si $AB = CD$
 $\Rightarrow m \widehat{AB} = \beta = m \widehat{CD}$

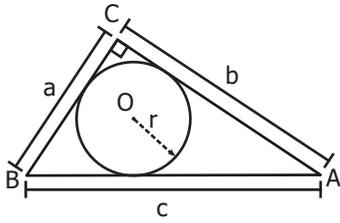
4. En toda circunferencia, el radio trazado perpendicularmente a una cuerda biseca a esta y al arco que la subtiende.



En la figura, \overline{AB} es una cuerda y se ha trazado $\overline{OP} \perp \overline{AB}$.
 Luego, $AQ = QB \wedge m \widehat{AP} = m \widehat{PB}$

TEOREMA DE PONCELET

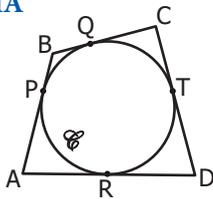
En todo triángulo rectángulo, la suma de las longitudes de los catetos es igual a la suma de las longitudes de la hipotenusa con el doble del radio de la circunferencia inscrita.



- a y b: catetos
- c: hipotenusa
- r: inradio

$$a + b = c + 2r$$

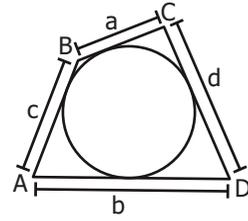
CUADRILÁTERO CIRCUNSCRITO A UNA CIRCUNFERENCIA



□ ABCD: circunscrito a la circunferencia, P, Q, T y R son puntos de tangencia.

TEOREMA DE PITOT

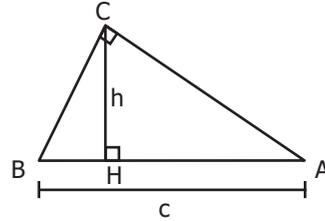
En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, la suma de longitudes de dos lados opuestos es igual a la suma de las longitudes de los otros dos lados.



$$a + b = c + d$$

Recuerda

Que en todo triángulo rectángulo

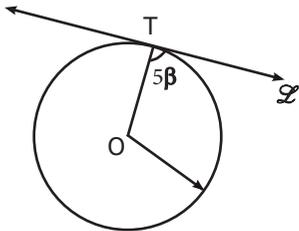


$$h < \frac{c}{2}$$

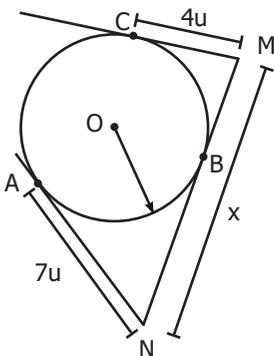
Trabajando en clase

Integral

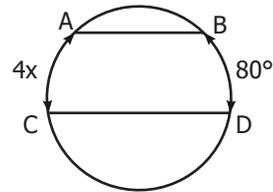
1. Calcula β , si T es punto de tangencia y O es centro de la circunferencia.



2. Calcula «x» si A, B, C son puntos de tangencia.

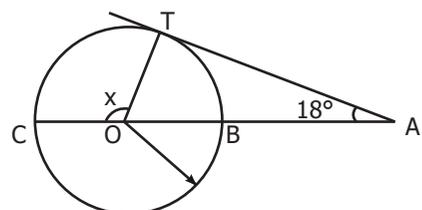


3. Calcula «x» si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



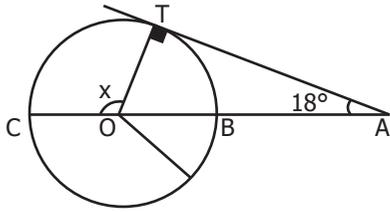
Católica

4. Calcula «x» si O es el centro y T punto de tangencia.



Resolución:

Nos piden «x».



Del gráfico, tenemos que $m\angle OTA = 90^\circ$

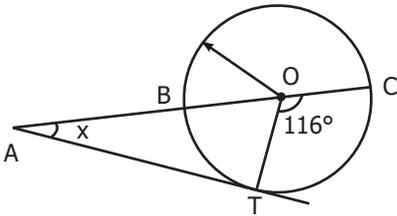
En el $\triangle OTA$

Sabemos por ángulo exterior que

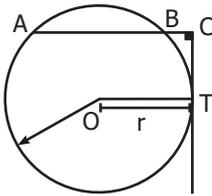
$$x = 18^\circ + 90^\circ$$

$$x = 108^\circ$$

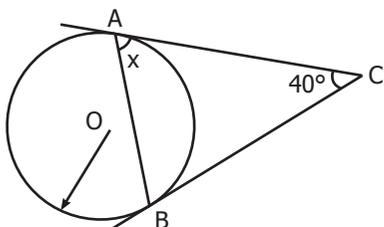
5. Calcula «x» si O es el centro y T es el punto de tangencia de la circunferencia.



6. Calcula BC si $AB = 12u$ y $r = 8u$. Además T es punto de tangencia y O es centro de la circunferencia.

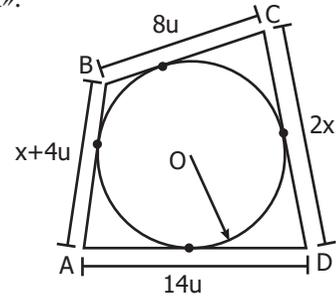


7. Calcula «x» si A y B son puntos de tangencia.



UNMSM

8. Calcula «x».



Resolución:

Nos piden «x»

Por teorema de Pitó

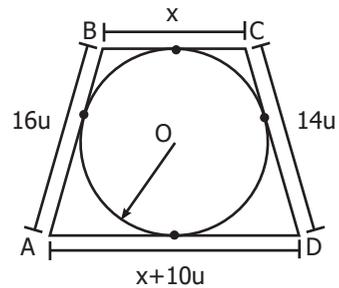
$$x + 4u + 2x = 8u + 14u$$

$$3x + 4 = 22u$$

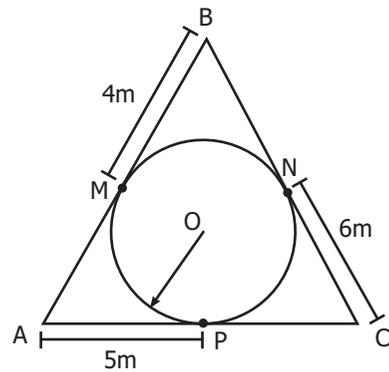
$$3x = 18u$$

$$x = 6u$$

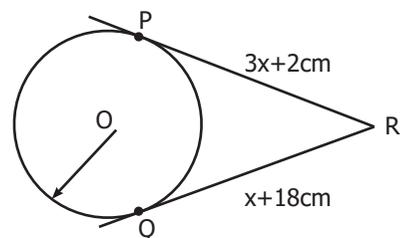
9. Calcula «x» en la figura.



10. Calcula la longitud del perímetro del triángulo ABC; además M, N y P son puntos de tangencia.

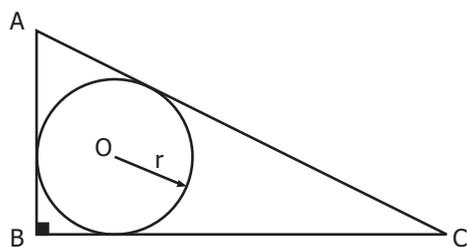


11. Calcula «x». Además, P y Q son puntos de tangencia.



UNI

12. Calcula «r» si $AB = 5u$, $BC = 12u$ y $AC = 13u$.



Resolución:

Nos piden «r»

Por teorema de poncelet.

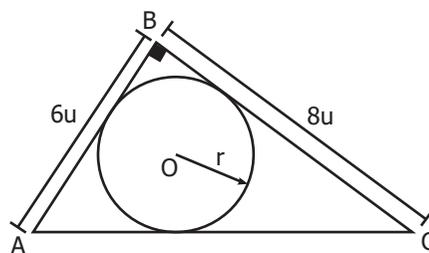
$$5u + 12u = 13u + 2r$$

$$17u = 13 + 2r$$

$$4u = 2r$$

$$2u = r$$

13. Calcula la longitud del inradio del triángulo ABC.



14. Calcula «x» si O es centro de la circunferencia.

