PROMEDIOS

Si se tienen dos o más cantidades, no todas iguales entonces el promedio de un valor de tendencia central siempre se encuentra entre la mayor y la menor de las cantidades.

$$\boxed{\text{Menor cantidad} < \text{promedio} < \text{mayor cantidad}}$$

Se tiene $a_1; a_2; a_3; ...; a_n$; «n» cantidades.

Promedio aritmético = Media aritmética = Promedio

$$\overline{PA} = \frac{\text{Suma de cantidades}}{\text{N.º de cantidades}}$$

$$\overline{PA} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{n}$$

Promedio geométrico = Media geométrica

$$\overline{PG} = \sqrt[\text{N.º de cantidades}]{\text{Producto de cantidades}}$$

$$\overline{PG} = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 ... \times a_n}$$

Promedio armónico = Media armónica

$$\overline{PH} = \frac{\text{N.º de cantidades}}{\text{Suma de las inversas de las cantidades}}$$

$$\overline{PH} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}}$$

Promedio ponderado

Notas	Peso
n_1	P_1
n_2	P_2
n_3	P_3
n_n	P_n

$$P_p = \frac{n_1P_1 + n_2P_2 + ... + n_nP_n}{P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n}$$

Propiedades

A. $\boxed{ma > mg > mh}$

B. Para dos cantidades (a y b) solamente:

$$ma = \frac{a+b}{2} \qquad mg = \sqrt{a \times b} \qquad mh = \frac{2ab}{a+b}$$

C. Para tres cantidades (a, b y c) solamente:

$$ma = \frac{a+b+c}{3} \qquad mg = \sqrt{abc} \qquad mh = \frac{3abc}{ab+ac+bc}$$

D. Para dos cantidades (a y b) solamente:

$$ma \times mh = mg^2$$

E. Para dos cantidades (a y b) solamente:

$$4(a-b)^2 = ma^2 \times mg^2$$

Advertencia pre

Recuerda el tema de promedio es evaluado en los exámenes de admisión de las diferentes universidades.

Trabajando en clase

Integral

1. Si $A = \overline{M.A.}_{(3,33,333)}$; B = Media geométrica de 2; 4 y 8; $C = \overline{M.H.}_{(45,30,15)}$; calcula A + B + C.

2. Si la media aritmética de dos números es 8 y la media armónica de los mismos es 2, calcula el producto de dichos números.

3. Calcula el valor de «x», si el promedio geométrico de los números 5^x; 5^{2x} y 5^{3x} es 625.

PUCP

4. El promedio geométrico de los números 2; 4; 8; 16; ...; 2^n es 32. Calcula «n».

Resolución:

$$\sqrt[n]{2\times4\times8\times16\times...\times2^n} = 32$$

$$\sqrt[n]{2^1\times2^3\times2^3\times2^4\times...\times2^n} = 32$$

$$\sqrt[n]{2^{1+2+3+4+...+n}} = 32$$

$$\sqrt[n]{2^{\frac{n(n+1)}{2}}} = 32$$

$$2^{\frac{n+1}{2}} = 2^5$$

Igualando exponentes

$$\frac{n+1}{2} = 5$$

$$n + 1 = 10$$

$$n = 9$$

5. El promedio geométrico de los números 3; 9; 27; 81; ...; 3^n es 729. Calcula «n».

6. Las calificaciones del alumno Pedro en el curso de aritmética son 12; 9 y 15 y los pesos respectivos de dichas notas son 4; 5 y 3. Calcula el promedio.

7. La media armónica de 20 números es 12 y la de otros 30 números es 15, calcula la media armónica de los 50 números.

UNMSM

8. El promedio geométrico de 4 números enteros y diferentes es $3\sqrt{3}$. Calcula el promedio aritmético de dichos números.

Resolución:

Piden: $x = \dfrac{a+b+c+d}{4}$

$$\sqrt[4]{a\cdot b\cdot c\cdot d} = 3\sqrt{3}$$

Elevando la potencia 4

$$(\sqrt[4]{a\cdot b\cdot c\cdot d})^4 = (3\sqrt{3})^4$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d = 3^4 . 3^2$$

$$a\cdot b\cdot c\cdot d = 3^6$$

Acomodando los factores

$$a\cdot b\cdot c\cdot d = 3\cdot3^2\cdot3^3$$

$$a\cdot b\cdot c\cdot d = 1 \times 3 \times 3^2 \times 3^3$$

Reconociendo valores

a = 1; b = 3; c = 9; d = 27

Finalmente

$$x = \frac{1+3+9+7}{4}$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

9. El promedio geométrico de 4 números enteros y diferentes es $5\sqrt{5}$. Calcula el promedio aritmético de dichos números.

10. Si la media aritmética de 53 números es 300 y la media aritmética de otros 47 números es 100, calcula la media aritmética de los 100.

11. La media aritmética de 40 números es 74. Si se quitan 4 de ellos, que tienen media aritmética 20, ¿en cuánto aumenta la media aritmética de los restantes?

UNI

12. Para la producción de camisas para exportación se distribuyó la confección entre 3 empresas en cantidades proporcionales a 6, 12 y 4. Si dichas empresas producen 500, 600 y 1000 camisas diarias respectivamente, la producción media por día es:

Resolución:

C_1; C_2; C_3: Sean las cantidades distribuidas.

PMD: Sea la producción media diaria.

$$\frac{C_1}{6} = \frac{C_2}{12} = \frac{C_3}{4} = k$$

Simplificando

$$\frac{C_1}{3} = \frac{C_2}{6} = \frac{C_3}{2} = k$$

$C_1 = 3k$; $C_2 = 6k$; $C_3 = 2k$

El tiempo que demora cada empresa estará dado por:

$$\text{Nro. días} = \frac{\text{Cantidad a realizar}}{\text{Producción diaria}}$$

$$t_1 = \frac{C_1}{500} \Rightarrow t_1 = \frac{3k}{500}$$

$$t_2 = \frac{C_2}{600} \Rightarrow t_2 = \frac{6k}{600}$$

$$t_3 = \frac{C_3}{1000} \Rightarrow t_1 = \frac{2k}{1000}$$

Finalmente:

$$\text{PDM} = \frac{\text{Producción total}}{\text{Total de días}}$$

$$\text{PDM} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Reemplazando valores:

$$\text{PDM} = \frac{3k + 6k + 2k}{\frac{3k}{500} + \frac{6k}{600} + \frac{2k}{1000}}$$

Resolviendo:

$\text{PDM} = 611.1$

13. Un aeroplano que vuela alrededor de un circuito que tiene forma cuadrada emplea velocidades constantes en cada lado; si dichas velocidades están en relación con los números 1; 2; 3 y 4, respectivamente, y la velocidad media del aeroplano en su recorrido total es de 192 km/h. Calcula el tercer lado en km/h.

14. Si a cada uno de los lados de «a» cuadrados iguales se les disminuye en dos centímetros la suma de sus áreas disminuye en 20a cm^2. Calcula el promedio de los perímetros de los «a» cuadrados.