



# Materiales Educativos GRATIS

## ARITMETICA

## CUARTO

# PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

### DEFINICIÓN

Progresión o sucesión que tiene por razón un cociente constante (de dos términos consecutivos).

Símbolo de una PG.:  $t_1; t_2; t_3; \dots; t_n$   
 $\times q \quad \times q$

- $q$  = razón geométrica

$$q = \frac{t_n}{t_{(n-1)}}$$

- $t_n$  = término enésimo

$$t_n = t_1(q)^{n-1}$$

- $S_n$  = Suma de los "n" primeros términos

$$S_n = t_1 \left( \frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

### PROPIEDADES

- a) "El producto de términos equidistantes es constante"

Ejemplos:

1.  $\frac{1}{5}; 5; 125; 3125$   
  
 $625$

2.  $\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8$   
  
 $1$

3.  $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}$   
  
 $\frac{4}{9}$

Observación:

$$\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}}$$

Calcula la suma de los 6 primeros términos de:

$$\div \div /3; 6; 12; 24; \dots$$

- i)  $q = 2$ ....razón

ii)  $S_6 = 3 \left( \frac{2^6 - 1}{2 - 1} \right)$

$$S_6 = 3 \left( \frac{2^6 - 1}{1} \right)$$

$$S_6 = 3 \times (64 - 1)$$

$$S_6 = 3 \times 63$$

$$\rightarrow S_6 = 189$$



## TRABAJANDO EN CLASE

### Integral

1. Si:

$$9^{a+1}, 3^{a+3}, 3^{\frac{a}{2}}, \dots$$

es una sucesión geométrica, calcula el valor de "a".

2. Calcula el séptimo término en la siguiente P.G.

$$\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \dots$$

3. Si la suma de los 5 términos de una P.G. es 484 y la suma de los términos de lugar par es 120, ¿cuál es la razón entera de la progresión?

### PUCP

4. Si las edades de tres personas están en progresión geométrica, siendo el producto de las edades 27 000, ¿cuál es la edad de la persona de edad intermedia?

Resolución:

Edades:  $\frac{x}{q}; x; xq$

$$i) \left(\frac{x}{q}\right)(x)(xq) = 27000$$

$$x^3 = 27000$$

$$x = 30$$

5. Si las edades de tres personas están en progresión geométrica, siendo el producto de las edades 64 000, ¿cuál es la edad de la persona de edad intermedia?

6. A los tres primeros términos de una P.A. de razón 6 se le aumentan 4; 7 y 19, respectivamente, formando los resultados obtenidos una P.G.. Calcula el  $T_7$  en la P.G.

7. Calcula el primer término de una P.G. si la diferencia del tercer término menos el sexto término es 26 y el cociente 27.

### UNMSM

8. Calcula el décimo término de una P.G. si la suma de los 3 primeros términos es igual a 6 y la suma del segundo, el tercer y cuarto término es igual a -3.

Resolución:

$$i) \frac{x}{q} + x + xq = 6 \dots\dots\dots x = t_1$$

$$x + xq + xq^2 = 6q$$

$$x(q^2 + q + 1) = 6q$$

$$ii) t_2 + t_3 + t_4 = -3$$

$$x + xq + xq^2 = -3$$

$$x(q^2 + q + 1) = -3$$

$$\underbrace{6q = -3}_{q = -\frac{1}{2}}$$

$$iii) x\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1\right) = 6\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x \cdot \frac{(1-2+4)}{4} = -3$$

$$x = -4$$

$$iv) t_{10} = t_1(q)^9$$

$$t_{10} = 8\left(-\frac{1}{2}\right)^9$$

$$= -t_{10} = -2^6 = -64$$

$$t_{10} = 2^3 \cdot \left(2^{-\frac{1}{9}}\right)$$

$$t_{10} = 2^{-\frac{1}{6}} = -\frac{1}{64}$$

9. Calcula el sexto término de una P.G. si la suma de los 3 primeros términos es igual a 12 y la suma del segundo, el tercer y cuarto término es igual a -4.

10. La suma de tres números en P.A. es 15, si a estos números se agrega el doble de la razón, excepto al término central, entonces, ahora se encontrarán en P.G. Indica la razón de esta última progresión.

11. Señala el valor de:

$$P = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \dots$$

### UNI

12. Se deja caer una pelota desde una altura de 360m. Si en cada rebote la pelota se eleva  $\frac{2}{5}$  de la altura de la cual cayó la última vez, ¿qué distancia total recorre la pelota hasta quedar en reposo?

Resolución:

$$S = 360 + 2 \times \frac{2}{5} \times 360 + 2 \times \frac{4}{25} \times 360 + \dots$$

$$S = 360 + 2 \times 360 \left( \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{8}{125} + \dots \right)$$

$$S = 360 + 2 \times 360 \cdot \left( \frac{2/5}{1-2/5} \right)$$

$$S = 360 + 2 \times 360 \frac{2/5}{3/5}$$

$$S = 360 + 2 \times \overset{120}{\cancel{360}} \cdot \frac{2}{3}$$

$$S = 360 + 480$$

$$\rightarrow S = 840 \text{ m}$$

13. Una pelota de ping pong es dejada caer de 24 m de altura, y cada vez que rebota se eleva una altura igual a la mitad de la altura anterior. ¿Cuántos metros recorrió la pelota hasta que quedó teóricamente estática?

14. Calcula el valor de S.

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{3}{9} + \frac{7}{27} + \frac{15}{81} + \dots$$

