



# Materiales Educativos GRATIS

## ARITMETICA

## CUARTO

# PROGRESIONES ARITMÉTICAS

### DEFINICIÓN

Una progresión (o sucesión) aritmética, también llamada lineal o de primer grado, es una agrupación ordenada de elementos que poseen una diferencia constante (Razón).

Ordinal → 1º 2º 3º 4º..... nº

$$a_1; \underbrace{a_2}_{+r}; \underbrace{a_3}_{+r}; \underbrace{a_4}_{+r}; \dots; a_n$$

Dónde:

r = razón

$a_n$  = término enésimo

$$a_n = a_1 + r(n-1)$$

n = números de términos

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

$S_n$  = Suma de los "n" términos

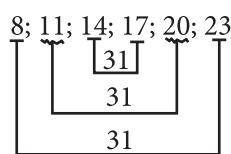
$$S_n = \left( \frac{a_1 + a_n}{2} \right) n$$

### PROPIEDADES

"La suma de los términos equidistantes es constante".

Ejemplos:

a)



b)

Término central  
↑  
15; 17; 19; 21; 23; 25; 27  
[ ]  
+  
42 = 21.2  
42 = 21.2  
42 = 21.2

c) 8; .....; x; .....; 68  
"n" términos      "n" términos

$$x = \frac{8+68}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{76}{2} = 38$$

Ejemplos:

1.  $\downarrow 4; 7; 10; 13; \dots; 61$

↓  
Símbolo de una P.A.

I.  $r = +3$

II.  $a_n = 61$

$$\begin{aligned} a_1 + 3(n-1) &= 61 \\ 4 + 3(n-1) &= 61 \\ 3(n-1) &= 57 \\ n-1 &= 19 \end{aligned}$$

III.  $n = 20$

$$IV. S_{20} = \left( \frac{4+61}{2} \right) 20$$

$$S_{20} = 650$$

2. Determina el número de términos.

$$\downarrow 18; 21; 24; 27; \dots; 75$$

$$n = \frac{75-18}{3} + 1 \rightarrow n = 20$$

Nota:

- La razón se obtiene restando 2 términos consecutivos de la forma:  $a(n) - a(n-1)$
- Si la razón es positiva, la sucesión será creciente y si la razón es negativa, será de crecimiento.

## TRABAJANDO EN CLASE

### Integral

1. En la siguiente P.A. determinar el trigésimo quinto término.

$$5; 8; 11; 14; \dots$$

2. Determina la suma de los términos de la sucesión lineal mostrada a continuación:

$$7; 11; 15; 19; \dots; 83$$

3. Si  $a^2$ ;  $3a^2$ ;  $10a$  son términos de una sucesión aritmética, calcula la razón.

### PUCP

4. Determina el término de lugar  $\overline{ba}$  de la siguiente progresión aritmética:

$$\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}$$

#### Resolución:

$$\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}$$

- i) analizamos que la diferencia es constante por lo tanto la razón es 11.

$$\text{ii)} \quad a = 1 \text{ y } b = 2$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad t_{21} &= 182 + 11(21 - 1) \\ &= 182 + 11(20) \\ &= 182 + 220 \\ \therefore 402 \end{aligned}$$

5. Determina el término de lugar  $\overline{xy}$  de la siguiente progresión aritmética:

$$\overline{x35}; \overline{1y6}; \overline{x77}; \overline{x(y+4)8}$$

6. Federico reparte a sus nietos caramelos del siguiente modo: a Paula 2; a Andrea 7, a Sebastián 12, a André 17, a Anita 22, así sucesivamente. ¿Cuántos caramelos recibirá el nieto número 24?

7. Calcula  $a + b$  en la siguiente sucesión aritmética:

$\overline{ab}$ ;  $\overline{\dots m}$ ;  $\overline{77}$ ;  $\overline{\dots m}$ ;  $\overline{ba}$   
“m” “m”  
términos” términos”

### UNMSM

8. La suma de “n” términos de una progresión aritmética es:  $S_n = 2n^2 + 4$ . Determina el término 20 de dicha P.A.

#### Resolución:

- i) analizando:

$$S_n - S_{(n-1)} = t_n$$

- ii)  $S_{20} - S_{19} = t_{20}$

$$2(20)^2 + 4 - 2(19)^2 + 4 = t_{20}$$

$$\begin{array}{rcl} 804 & - & 726 = t_{20} \\ & & 78 = t_{20} \end{array}$$

9. En una progresión aritmética se verifica que la suma de sus “n” primeros términos viene dada por:  $4n^2 + 2n$ . Determina  $a_{20}$ .

10. De la siguiente sucesión determina el séptimo término negativo.

$$62; 57; 52; \dots$$

11. José compra galletas de la siguiente manera: cada día 5 galletas más que el día anterior. ¿En qué día se cumple que lo comprado ese día es  $3/2$  de lo comprado 4 días antes y además es 3 veces lo comprado el primer día?

### UNI

12. Determina la suma de los veinte primeros términos de una progresión aritmética, si el tercer término es al octavo término como 2 es a 5 y la

suma del primer término con el quinto término es 20.

#### Resolución:

$$\text{i)} \quad \frac{a_3}{a_8} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{a_1 + 2r}{a_1 + 7r} = \frac{2}{5}$$

$$5a_1 + 10r = 2a_1 + 14r$$

$$3a_1 = 4r$$

$$\frac{a_1}{r} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ii)} \quad a_1 + a_5 = 20$$

$$\cancel{a_1} + \cancel{a_1} + 4r = 20$$

$$\cancel{2a_1} + 4r = 20 \rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad a_{20} &= 4 + 3(20 - 1) \\ &= 4 + 3(19) \\ &= 61 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad S_{20} &= \left( \frac{4 + 61}{2} \right) 20 \\ &= (65)(10) \\ \therefore 650 \end{aligned}$$

13. Determina la suma de los veinte primeros términos de una progresión aritmética, si el tercer término es al séptimo término como 5 es a 11 y la suma del primer término con el sexto término es 46.

14. ¿Qué lugares ocupan los 2 términos consecutivos de la siguiente sucesión cuya diferencia de cuadrados es 640?

$$6; 10; 14; 18; \dots$$

