



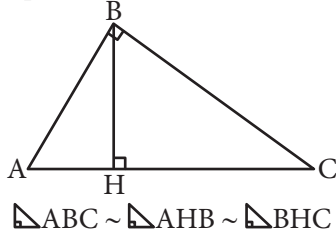
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA

SEGUNDO

RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

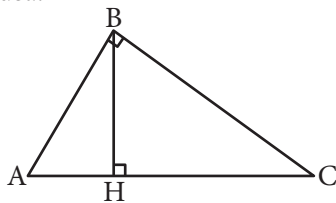
En todo triángulo rectángulo, al trazar la altura relativa a la hipotenusa se forman dos triángulos rectángulos adicionales semejantes entre sí y semejantes al primero.



De estas relaciones de semejanza se derivan proporciones entre los lados, que dan como resultado fórmulas que establecen las relaciones métricas en el triángulo rectángulo.

A. Teorema 1

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de un cateto es igual al producto de la longitud de su proyección por la longitud de la hipotenusa.



En el $\triangle ABC$, donde $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son catetos. Al segmento $\overline{AH}$ se le conoce como proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$; de la misma forma, al segmento $\overline{HC}$ se le conoce como proyección de $\overline{BC}$ sobre la hipotenusa $\overline{AC}$.

Luego, de la misma forma:

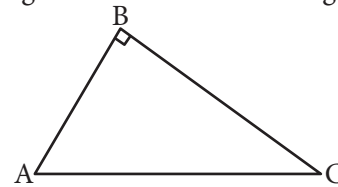
$$\begin{aligned} AB^2 &= AH \times AC \\ BC^2 &= HC \times AC \end{aligned}$$

Recuerda

Las relaciones métricas en un triángulo se demuestran a partir de la semejanza de triángulos.

B. Teorema 2 (teorema de Pitágoras)

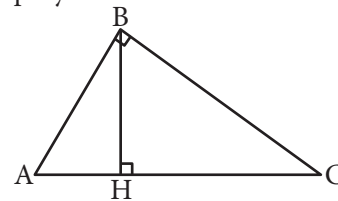
En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

C. Teorema 3

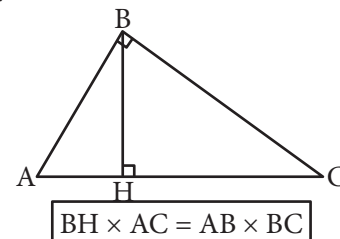
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la altura relativa a la hipotenusa es igual al producto de las longitudes de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.



$$BH^2 = AH \times HC$$

D. Teorema 4

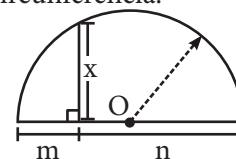
En todo triángulo rectángulo, el producto de las longitudes de la hipotenusa y la altura relativa a ella es igual al producto de las longitudes de los catetos.



$$BH \times AC = AB \times BC$$

Propiedad

En la semicircunferencia:

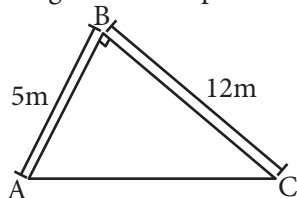


se cumple lo siguiente: $x^2 = m \cdot n$

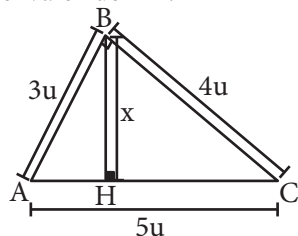
Trabajando en clase

Integral

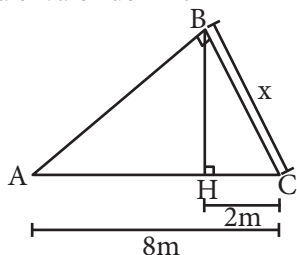
1. Calcula la longitud de la hipotenusa.



2. Determina el valor de «x».

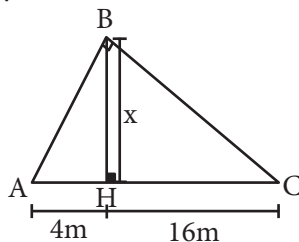


3. Encuentra el valor de «x».



PUCP

4. Calcula «x».



Resolución:

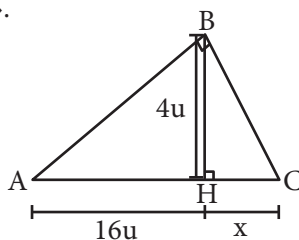
Por propiedad: $BH^2 = AH \cdot HC$

Reemplazando: $x^2 = 4 \cdot 16$

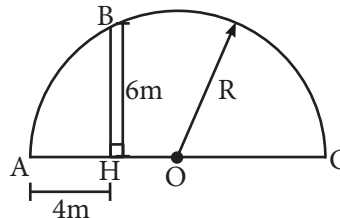
$$x^2 = 64$$

$$x = 8 \text{ m}$$

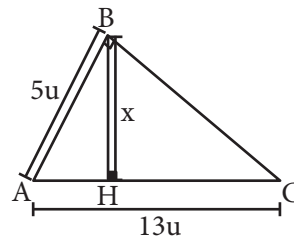
5. Calcula «x».



6. Calcula la longitud del radio de la semicircunferencia. El centro es O.

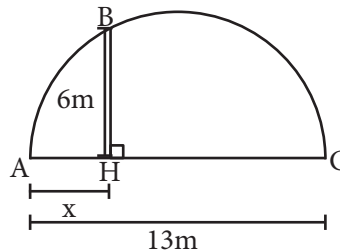


7. Determina el valor de «x».



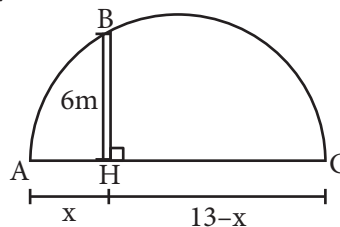
UNMSM

8. Encuentra el valor de «x».



Resolución:

Tenemos:



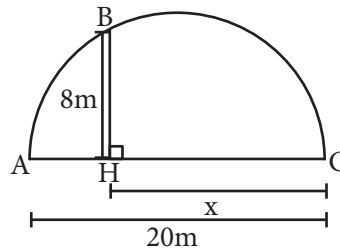
Por propiedad: $BH^2 = AH \cdot HC$

Reemplazando: $6^2 = x(13 - x)$

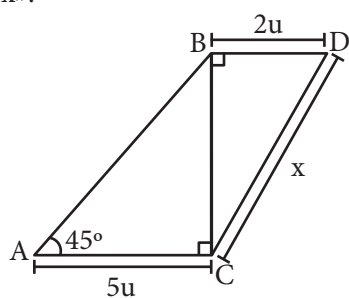
$$4(13 - 4) = x(13 - x)$$

$$\therefore x = 4 \text{ m.}$$

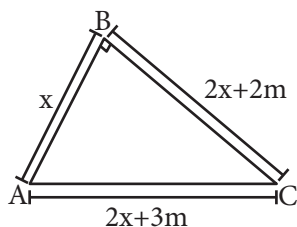
9. Encuentra el valor de «x».



10. Calcula «x».

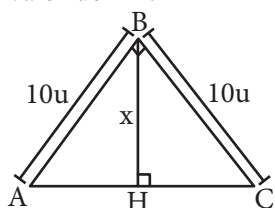


11. Determina el valor de «x».



UNI

12. Encuentra el valor de «x».



Resolución

Por Pitagóras:

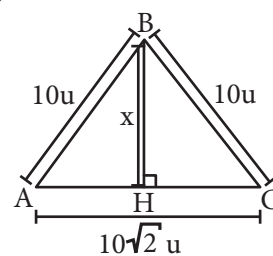
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Reemplazando:

$$AC^2 = 10^2 + 10^2$$

$$\therefore AC = 10\sqrt{2} \text{ u}$$

En la figura, tenemos:



Por propiedad:

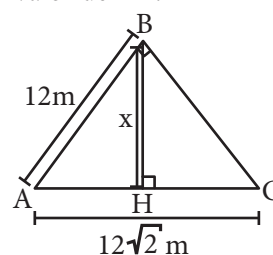
$$AC \cdot BH = AB \cdot BC$$

Reemplazando

$$10\sqrt{2} \cdot x = 10 \cdot 10$$

$$\therefore x = 5\sqrt{2} \text{ u}$$

13. Encuentra el valor de «x».



14. Calcula cuánto mide la altura CH.

