



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA CUARTO

PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Resolución de problemas de programación lineal

A. Procedimiento de resolución

- ❖ Organizar la información mediante una tabla
- ❖ Asignar una variable a cada uno de las incógnitas
- ❖ Determinar las restricciones que se crean convenientes
- ❖ Plantear la función objetivo
- ❖ Determinar la región factible
- ❖ Resolver la función objetivo en cada uno de los vértices de la región factible
- ❖ Determinar la solución óptima

B. Tablas con los datos del problema

- ❖ En la primera fila cabecera horizontal se escriben las etiquetas correspondientes a los conceptos de las variables y la etiqueta restricciones.
- ❖ En la segunda fila se escriben variables y se ponen las letras que representan a las variables.
- ❖ En cada una de las filas siguientes se escribe una condición, que da origen a una restricción, es decir, a una inecuación.
- ❖ En la última fila se escribe los valores correspondientes a la función objetivo y se trata de maximizar o minimizar.

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula los vértices de la región factible formada por:

$$\begin{cases} 2x - 7y \leq 14 \\ 4x + 5y \geq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2. Calcula los vértices de la región factible formada por:

$$\begin{cases} 5x + 7y \leq 35 \\ -3x + 2y \geq -6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

3. Calcula los vértices de la región factible formada por:

$$\begin{cases} 4 + x \leq 6 \\ y + 2x \geq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

PUCP

4. Sea:

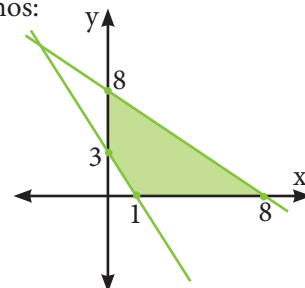
$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 3x + y \geq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

y la función objetivo $f(x;y) = 3x + 4y$

Calcula el mínimo y el máximo valor de la función objetivo.

Resolución:

Graficamos:



Vértices: $f(x;y) = 3x + 4y$

$$(1;0) = f(1;0) = 3 \text{ (mínimo)}$$

$$(8;0) = f(8;0) = 24$$

$$(0;3) = f(0;3) = 12$$

$$(0;8) = f(0;8) = 32 \text{ (máximo)}$$

5. Sea:

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 2x + 5y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

y la función objetivo $f(x;y) = 6x + 10y$
Calcula el mínimo y el máximo valor de la función objetivo.

6. Sea:

$$\begin{cases} x - y \leq 3 \\ x + y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

y la función objetivo $f(x;y) = 20x + 10y$
Calcula el mínimo y el máximo valor de la función objetivo.

7. Sea:

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x + y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

y la función objetivo $f(x;y) = 3x + 4y$
Calcula el mínimo valor de la función objetivo.

UNMSM

8. Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámpara: L_1 y L_2 , para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para L_1 y de 30 minutos para L_2 . Además se necesita un trabajo de máquina de 20 minutos para L_1 y de 10 minutos para L_2 . Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes y para el mecánico 80 horas al mes. Si se sabe que el beneficio por unidad es de 15 y 10 soles para L_1 y L_2 respectivamente, planifica la producción para obtener el máximo beneficio.

Resolución:

Variables:

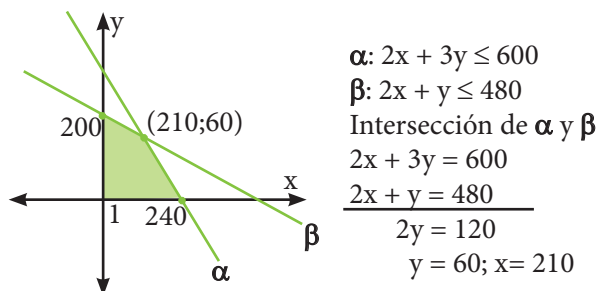
$$\begin{aligned} x &= \# \text{ lámparas } L_1 \\ y &= \# \text{ lámparas } L_2 \end{aligned}$$

Tabla con los datos del problema:

	L_1	L_2	Restricciones
# de lámparas	x	y	$x \geq 0; y \geq 0$
Manual	20x	30y	$20x + 30y \leq 6000$
Máquina	20x	10y	$20x + 20y \leq 4800$

Función objetivo: $B(x;y) = 15x + 10y$

Graficamos para calcular la región factible



Analizamos la función objetivo en cada uno de los vértices:

Vértice	$B(x;y) = 15x + 10y$
(240;0)	$B(240;0) = 3600$
(210;60)	$B(210;60) = 3750$ (máximo)
(0;200)	$B(0;200) = 2000$
(0;0)	$B(0;0) = 0$

Se debe producir 210 de L_1 y 60 de L_2 para obtener el máximo beneficio, que es 3750.

Pregunta para los ejercicios 9, 10 y 11.

La compañía Platita S.A., requiere producir dos medallas de recuerdo: Uno del tipo A y otro del tipo B, cada unidad del tipo A producirá una ganancia de S/.1; mientras que una del tipo B generará una ganancia de S/.1,20. Para fabricar una medalla del tipo A, se necesitan dos minutos en la máquina I un minuto en la máquina II. Una medalla del tipo B requiere un minuto en la máquina I y tres minutos en la máquina II. Hay tres horas disponibles en la máquina I y 5 horas disponibles en la máquina II para cumplir con el pedido. ¿Cuántas unidades del tipo A y B (en ese orden) deben producirse para maximizar la ganancia?

9. Realiza la tabla con los datos del problema.

10. Grafica e indica la zona factible.

11. Indica los vértices, calcula el valor máximo de la función.

UNI

12. Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga para transportar a 1600 personas y 96 toneladas de equipaje.

Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A, que puede transportar a 200 personas y 6 toneladas de equipaje; cuesta 40 000 E; la contratación de uno del tipo B, que puede transportar a 100 personas y 15 toneladas de equipaje, cuesta 10 000 E. ¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el costo sea mínimo?

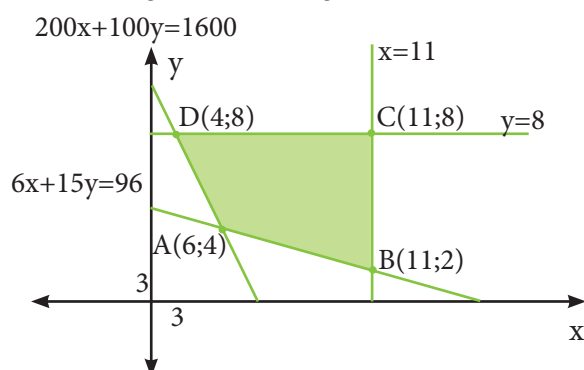
Resolución:

1. Tabla con los contenidos del problema:

	Tipo A	Tipo B	Restricciones
N° de aviones	x	y	$0 < x \leq 11$; $0 < y \leq 8$
Personas	200x	100y	$200x + 100y \leq 1600$
Equipaje	6x	15y	$6x + 15y \leq 96$
Costo	40 000x	10 000y	$f(x;y) = 4000x + 1000y$

2. Región factible:

En el gráfico del margen:



3. Valores de la función objetivo en los vértices de la región factible:

$$A(6;4) \rightarrow f(6;4) = 40\,000 \cdot 6 + 10\,000 \cdot 4 = 280\,000$$

$$B(11;2) \rightarrow f(11;2) = 40\,000 \cdot 11 + 10\,000 \cdot 2 = 460\,000$$

$$C(11;8) \rightarrow f(11;8) = 40\,000 \cdot 11 + 10\,000 \cdot 8 = 520\,000$$

$$D(4;8) \rightarrow f(4;8) = 40\,000 \cdot 4 + 10\,000 \cdot 8 = 240\,000$$

→Mínimo:

4. La solución óptima es D(4;8) es decir, x = 4 aviones tipo A y y = 8 aviones tipo B

Pregunta para los ejercicios 13 y 14

En una granja de pollos se da una dieta para engordar con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y 15 de una sustancia B, en el mercado solo se encuentran dos clases de compuesto de una unidad de A y 5 de B que es la sustancia «x», y el otro tipo «Y», con una composición de 5 unidades de A y una de B. Si el precio del tipo X es 10 euros y del tipo Y es de 30 euros. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades a un costo mínimo?

13. Realiza la tabla con los datos del problema

14. Indica la zona factible, los vértices y el máximo valor de la función objetivo.