PROBLEMAS DE POLINOMIOS

1. EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Es una expresión matemática en la cual, para la variable o variables sólo se definen las operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación, división, potencia y raíz) un número finito de veces.

Ejemplos:

- $R(x) = 6x\text{-}5 \,; S\ \ x;y) = 29x^3 - \sqrt[7]{xy}$
- $Q(x) \; = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$

2. TÉRMINO ALGEBRAICO

Es una expresión algebraica que no admite las operaciones de adición y sustracción.

Ejemplo:

$$Q(x;y) = 5x^3y^5;\ R(x;y) = \frac{3x^3\sqrt{y}}{2xy}$$

A. Partes de un término algebraico

$$P\underbrace{(x;y)}_{\substack{\text{Zona}\\ \text{de}\\ \text{variables}}} = \underbrace{5\cdot\pi}_{\text{Coeficiente}}\ \underbrace{x^8y^5}_{\substack{\text{Parte}\\ \text{literal}}}$$

B. Términos semejantes

Son aquellos términos que tienen la misma parte lateral (las mismas variables afectados por los mismos exponentes)

Ejemplo:

- $R(x;y) = \sqrt{2}\,\underline{\underline{x^3y^5}} \wedge Q(x;y) = 5\,\underline{\underline{x^3y^5}}$

Por lo tanto R y Q son términos semejantes.

3. MONOMIO

Es un término algebraico, cuyos exponentes de sus variables son números naturales.

Ejemplos:

- $R(x;y) = 2x^5y^4;\ Q(x;y) = \sqrt{3}xy^4$

4. POLINOMIOS

Es aquella expresión algebraica cuyos exponentes de sus variables son enteros no negativos (positivos o cero)

Ejemplos:

- $P(x;y) = 3x^7y^5 - 2x^3y^2\text{-}\ 8$

  es un polinomio

- $R(x;y) = \pi x^3 y^{\boxed{\frac{-3}{2}}} + 3x^{\boxed{\frac{2}{5}}} + 2xy^2$

  no es polinomio

- $Q(x;y) = 2x^{\boxed{-3}}y^4 - 3x^2y^5$

  no es polinomio

5. GRADOS DE UN POLINOMIO

Los grados se clasifican en:

A. Grado Relativo (G.R)

Es el mayor exponente de la variable de referencia

Ejemplo:

- $R(x;y) = 5x^3y^2 - \pi x^4y^{\boxed{3}} - 2x^{\boxed{5}}y^2$

$\Rightarrow$ G.R(x) = 5 $\wedge$ G.R.(y) = 3

B. Grado Absoluto (G.A.)

Se define como el grado de un polinomio.

$$P(x;y;z) = \underbrace{3x^5y^4z}_{\substack{G.A.(5+4+1)\\ \boxed{G.A.=10}}} - \underbrace{3x^2y^3z^2}_{\substack{G.A.(2+3+2)\\ G.A.=7}} + \underbrace{3xy^6}_{\substack{G.A.(1+6)\\ G.A.=7}}$$

$\therefore G.A(P) = 10$

6. VALOR NUMÉRICO

Es el resultado de cambiar la variable por una constante.

Ejemplo:

- Sea $P(x) = 3x + 2$; calcula $M = P(2) + P(0)$

  $P(2) = 3(2) + 2 = 8$

  $P(0) = 3(0) + 2 = 2$

  $M = \underbrace{P(2)} + \underbrace{P(0)}$

  $M = 8 + 0$

  $M = 10$

7. CAMBIO DE VARIABLE

Consiste en cambiar una variable por otra.

Ejemplo:

- Sea $P(x) = 2x - 3$, calcula $P(3x - 5)$

  Resolución:

  Pondremos "3x-5" donde vemos "x"

  $P(3x - 5) = 2(3x - 5) - 3$

  $\therefore P(3x - 5) = 6x - 13$

Trabajando en clase

1. Si $5x^{a+3} \cdot y^8 \wedge \frac{3}{5}x^8y^{b+2}$ son términos semejantes, calcula "a +b"

2. Calcula el grado relativo y el grado absoluto en cada caso:

- $P(x, y, z) = 3x^2y^5z^3 + \pi x^4y^3z^6 + 3x^7$
- $R(x; y) = 2x^3y^3 + 5x^{10} + 2^3y^6$

3. Sea: $P(x-1) = 2x - 3$, calcula $P(3) - P(-2)$

4. Si: $P(x-3) = 5x + 2$, calcula $P(2x-1)$

Resolución:

Se cambia la variable (x-3) por (m)

$x - 3 = m$

$\boxed{x = m + 3}$

$P(m) = 5(m + 3) + 2$

$P(m) = 5m + 17$

Ahora cambiamos la variable (m) por la variable que no piden que es (2x -1)

$P(2x+1) = 5(2x-1) + 17$

$P(2x-1) = 10x + 12$

5. Si $P(x + 3) = 2x - 5$, calcula $P(x-5)$

6. Suma: $8x^{a+b}y^{16} \wedge bx^8y^{a-b}$

7. Si el grado absoluto de R es 11, determine el valor de "n".

$$R(x; y) = x^{3n-1}y^n - 2x^{2n-2}y^{2n} + x^{n+3}y^{3n}$$

8. Si: $P(x) = (x-1)^{47} + (x + 2)^3 + x - 3 + a$, y su término independiente es -15, calcula la suma de coeficientes de P(x)

Resolución:

Recordar:

ΣCoeficientes	=P(1)
Término Independiente	=P(0)

Por dato: T.I. = -15 en el polinomio

$\Rightarrow$ T.I. $P(0) = (0-1)^{47} + (0+2)^3 + 0 - 3 + a$

$\overbrace{-15} = -1 + 2^3 - 3 + a$

$-15 = 4 + a$

$\therefore a = -19$

Ahora, la suma de coeficientes:

$\Sigma Coef = P(1)$

$\Sigma Coef = (1-1)^{47} + (1+2) + 1 - 3 + a$

$\Sigma Coef = 0 + 3^3 - 2 + a$

$\Sigma Coef = 27 - 2 - 19$

$\therefore \Sigma Coef = 6$

9. Si: $P(x) = (x-1)^{42} + (x+1)^4 + x + 2 + m$, y su término independiente es 10, calcula la suma de coeficientes de $P(x)$

10. Sea $F(x)$ un polinomio que cumple con $F(x+1) = 3F(x) - 2F(x-1)$, además:

$F(4) = 1 \wedge F(6) = 4.$

Calcula $F(5)$

Resolución:

Tenemos:

$F(x + 1) = 3F(x) - 2F(x - 1)$

Si: $x = 5$; reemplazamos

$\Rightarrow F(6) = 3F(5) - 2F(4)$

$4 = 3F(5) - 2(1)$

$4 + 2 = 3F(5)$

$2 = F(15)$

11. En el siguiente polinomio:

$P(x;y) = x^a y^{b-1} + x^{a+1} y^b - x^{a-2} + x^{a+3} y^{b+1}$

Donde:

G.R(x) = 10, G.A. = (P)=113.

Determina el G.R.(y)

12. Calcula el valor de "n" en el siguiente polinomio:

$$P(x) = 2x^{n-7} + \sqrt{3}x^{\frac{n}{3}} - 5x^{10-n}$$

Resolución:

Recordar que un polinomio tiene exponente enteros no negativos (positivo o cero)

$$n - 7 \geq 0 \ \wedge \ \frac{n}{3} = \overset{\circ}{3} \ \wedge \ 10 - n \geq 0$$

$$n \geq 7 \qquad n = \{0; 3; 6, 9; ...\} \wedge n \leq 10$$

$$\therefore 7 \leq n \leq 10 \Rightarrow \boxed{n = 9}$$

13. Calcula el valor de "n" en el siguiente polinomio.

$$P(x) = 7x^{n-22} - \sqrt{2}x^{\frac{n}{5}} + 13x^{29-n}$$

14. Si $P(x) = ax^2 + bx + c$

Además:

$P(0) = 3; P(-1) = 7; P(1) = 1$

Calcula $P(2)$