PROBLEMAS DE MAGNITUDES PROPORCIONALES

MAGNITUD

Es toda propiedad de los cuerpos que puede ser medida. Otra acepción nos dice también, que es todo aquello que tiende a cambiar de valor o intensidad.

Magnitudes proporcionales

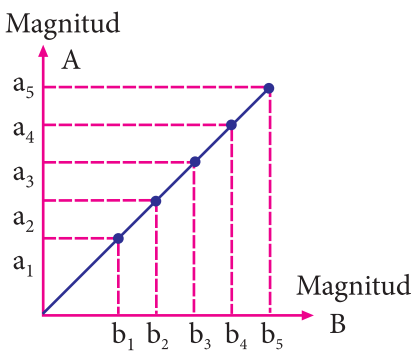
Son aquellas que al ser comparadas y variar una de ellas, hace que la otra también varíe en forma proporcional. Estas magnitudes se dividen en dos clases:

1. Magnitudes directamente proporcionales

   Son aquellas que al aumentar o disminuir una de ellas, hace que la otra también aumente o disminuya en la misma proporción. Entre ellas se cumple que su cociente siempre debe ser constante. Si tenemos dos magnitudes (A y B), estas serán directamente proporcionales si se cumple que:

$$\boxed{\frac{\text{Magnitud A}}{\text{Magnitud B}} = \text{Constante}}$$

Además, si las dos magnitudes nombradas son DP (directamente proporcionales) tendrán un gráfico que la vincula:



Donde se cumple lo siguiente:

$$\boxed{\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = \frac{a_5}{b_5} = k}$$

Asimismo, "K" representa que el cociente entre los valores de las magnitudes es el mismo.

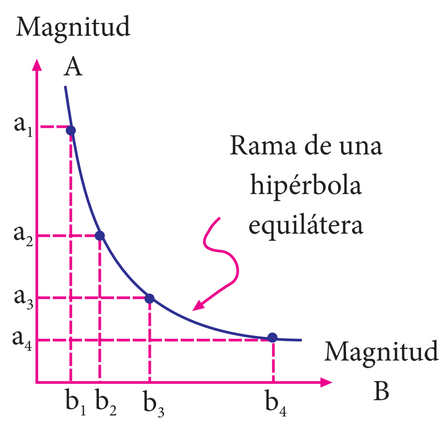
En las magnitudes DP, su cociente es constante, mientras que en las magnitudes IP, su producto es constante.

2. Magnitudes inversamente proporcionales

   Son aquellas que al aumentar o disminuir una de ellas, hace que la otra disminuya y aumente en la misma proporción. Entre ellas se cumple que su producto es siempre constante. Si tenemos que dos magnitudes (A y B) son inversamente proporcionales, entonces deben cumplir que:

$$\boxed{\text{Magnitud A} \times \text{Magnitude B} = \text{Cosntante}}$$

Además, si las dos magnitudes son IP (inversamente proporcionales), tienen el siguiente gráfico que las vincula:



Donde se cumple que:

$$\boxed{a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = a_3 \times b_3 = k}$$

Asimismo, "k" representa que el producto entre los valores de las magnitudes dadas es el mismo.

3. Determinación de una fórmula en magnitudes proporcionales

Si “A” es DP a “B”, entonces se debe cumplir lo siguiente:

$$\frac{A}{B} = \text{Constante} \; ...(\alpha)$$

Si “A” es IP “C”, entonces se debe cumplir lo siguiente:

$$A \times C = \text{Constante} \; ...(\beta)$$

Entonces, cuando “A” es DP a “B” y A es IP a “C”. se cumple la siguiente relación:

$$\boxed{\frac{A \times C}{B} = \text{Constante}}$$

A esta expresión obtenida se le denomina “fórmula entre magnitudes proporcionales”.

La expresión entre magnitudes: “A” DP a “B” y “A” IP a “C”, es lo mismo que “A” DP a “B” e IP a “C”.

Trabajando en clase

Integral

1. Relaciona las siguientes magnitudes:

obreros – rapidez

Eficiencia – tiempo

Área - # carpetas

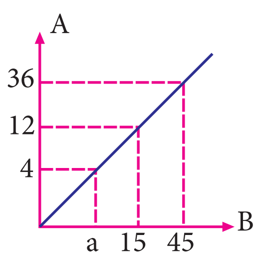
Provisiones - # personas

(raciones)

Resolución:

2. Se sabe que “A” DP “B”. Calcula “A” cuando B = 15, si cuando A = 105, B = 25.

3. Calcula “a” si:



PUCP

4. Un reloj que señala las horas con igual número de campanadas como número indica, demora 15 segundos para indicar las 6:00 am, ¿cuánto demorará para indicar las 11:00 am?

Resolución:

Las campanadas son un caso especial, pues se toman en cuenta los intervalos.

6:00 am $\Rightarrow$ toca 6 campanadas

En 6 campanadas hay 5 intervalos

11:00 am $\Rightarrow$ toca 11 campanadas

En 11 campanadas hay 10 intervalos

intervalos es “DP” a seg

$$\frac{\#\text{intervalos}}{\text{seg}} = \text{constante}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \times \cancel{15}^{\,3}}{\cancel{5}_{\,1}}$$

x = 30

Rpta.:

Demorara 30 seg.

5. Si un reloj que señala las horas con igual número de campanadas como número indica, demora 10 segundos para indicar las 4:00 am, ¿cuánto tiempo demorará para indicar las 10:00 am?

6. Calcula el valor de “a” en el siguiente cuadro.

A	20	x	65
B	28	63	91

7. Si las magnitudes A y B^3 son inversamente proporcionales y cuando A vale 7, B es 8, ¿cuál es el valor de A cuando B vale 4?

UNMSM

8. Se contrata un emple4ado por el tiempo de un año, acordando pagarle S/.700 más un televisor; pero si al cumplir los siete meses se le despide pagándole S/.250 más el televisor, ¿cuál es el precio del televisor?

Resolución:

Tiempos de “DP” pago trabajo

$$\frac{\text{Tiempo}}{\text{Pago}} = \text{constante}$$

1 año = 12 meses

$$\frac{12}{700 + (tv)} = \frac{7}{250 + (tv)}$$

$3000 + 12\,(tv) = 4900 + 7\,tv$

$5\,(tv) = 1900$

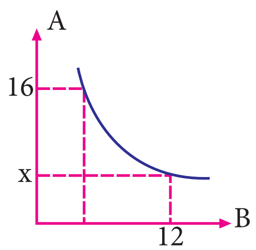
$tv = 380$

Rpta.:

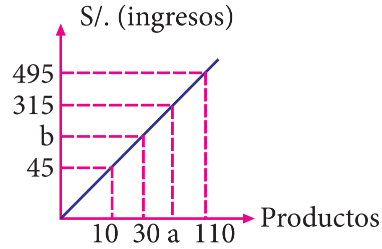
Costo S/.380

9. Se contrató a un contador por el tiempo de un año tres meses, acordando pagarle S/.800 más un celular; pero si al cumplir los nueve meses se le despide pagándole S/.312 más el celular ¿cuál es el precio del celular?

10. Si $\sqrt{A}$ "IP" B calcula x.



11. La siguiente gráfica muestra los ingresos de José por la cantidad de productos que fabrica.



Calcula el valor numérico de "a + b".

UNI

12. Siendo f(x) una función de proporcionalidad inversa, determina "E":

$$E = \frac{f(10) \times f(15)}{f(5)},\ \text{si } f(6) = 14$$

Resolución:

f(6) = 14 es inversa se cumple

$6 \times 14 =$ constante

$f(10) = x$

$x \,.\, 10 = 6 \,.\, 14$

$$x = \frac{42}{5}$$

$f(15) = y$

$y \,.\, 15 = 6 \,.\, 14$

$$y = \frac{28}{5}$$

$f(5) = z$

$z \,.\, 5 = 6 \,.\, 14$

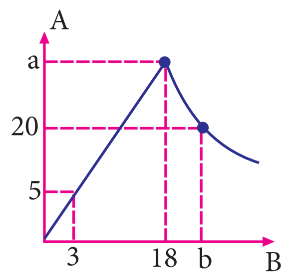
$$z = \frac{84}{5}$$

$$E = \frac{\frac{42}{5} \times \frac{28}{5}}{\frac{84}{5}} = \frac{14}{5} = 2{,}8$$

13. Si g(x) es una función de proporcionalidad inversa. Calcula "B" si se cumple que g(4) = 9.

$$B = \frac{g(2) \times g(6)}{g(3)}$$

14.



Calcula $\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{3b}{5}\right)$