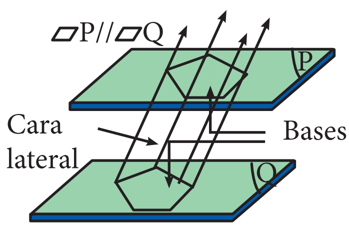
PRISMAS Y CILINDROS

PRISMA

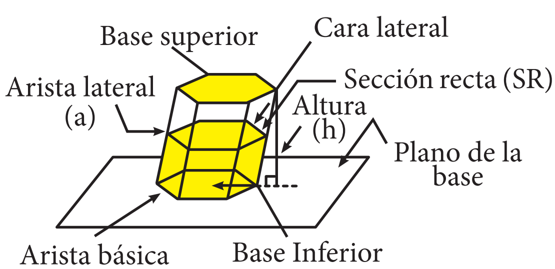
Es el sólido que se encuentra limitado por dos polígonos planos congruentes y paralelos entre sí, (llamados bases) y por 3 o más paralelogramos, (llamando caras laterales).



Clasificación

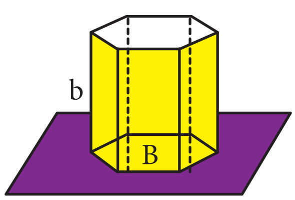
1. Prisma oblicuo

   Cuando las aristas laterales no son perpendiculares a las bases.



2. Prisma recto

   Cuando las aristas laterales son perpendiculares al plano que contiene a la base. En este caso, la arista lateral y la altura coinciden, entonces se utilizan las mismas fórmulas.



Propiedades

Área de la superficie lateral(A_{SL}):

$$\boxed{A_{SL} = (2p_{SR})a}$$

Donde $2p_{SR}$; perímetro de la sección recta

a: arista lateral

Área de la superficie total (A_{ST}):

$$\boxed{A_{ST} = A_{SL} + 2A_B}$$

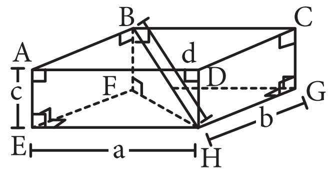
Volumen (V):

$$\boxed{V = A_{SR} \bullet a}$$

También: $\boxed{V = B \times h}$

Paralelepípedo rectángulo o rectoedro y ortoedro

Es aquel cuyas caras son regiones rectangulares.



a, b, c → son dimensiones del paralelepípedo rectangular.

Tiene 4 diagonales, las cuales son congruentes.

- Diagonal (d):

$$\boxed{d^2 = a^2 + b^2 + c^2}$$

Nota: $\underbrace{(a + b + c)^2}_{\text{Suma de las 3 dimensiones}} = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{d^2} + 2\underbrace{(ac + bc + ab)}_{A_{ST}}$

- Área de la superficie lateral (A_{SL}):

$$\boxed{A_{SL} = 2(a + b) \bullet c}$$

- Área de la superficie total (A_{ST}):

$$\boxed{A_{ST} = 2(ab + ac + bc)}$$

- Volúmen: $\boxed{V = a.b.c}$

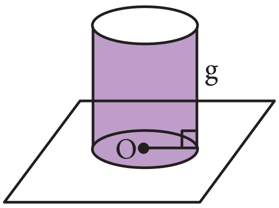
CILINDRO

Es aquel sólido geométrico comprendido entre dos planos, paralelos entre sí y secantes a una superficie lateral del cilindro. En los planos paralelos se sitúan secciones de planos congruentes, los cuales se denominan bases del cilindro.

En la superficie lateral del cilindro se ubican segmentos paralelos entre si congruentes cuyos extremos son los puntos del contorno de las bases. Dichos segmentos se denominan generatrices.

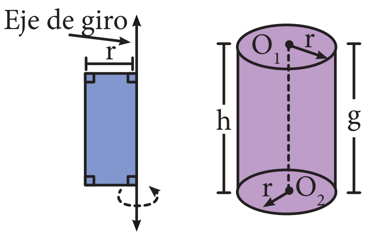
Cilindro recto

Es aquel cilindro cuya generatriz es perpendicular a la base.



Cilindro circular recto o cilindro de revolución

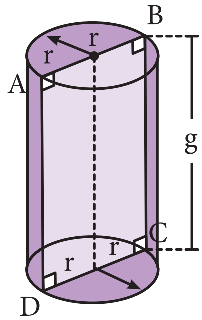
Es aquel cilindro recto cuyas bases son circulares. También se le denomina cilindro de revolución, porque es generado por una región rectangular al girar 360° en torno a uno de sus lados.



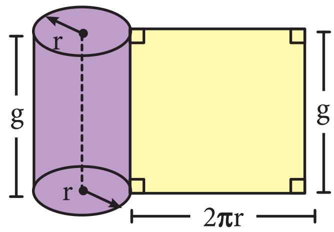
$\overline{O_1O_2}$: Eje

Sección axial de un cilindro de revolución

Toda sección producida en un cilindro recto, y determinada por un plano secante que contenga a los centros de las base del cilindro, se denomina sección axial, la cual, generalmente, es una región rectangular.



Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro circular recto



Área de la superficie lateral (A_{SL}): $\boxed{A_{SL} = 2\pi rg}$

Área de la superficie total (A_{ST}):

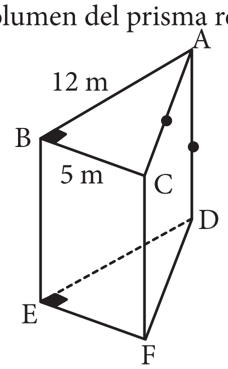
$$\boxed{A_{ST} = 2\pi r(g + r)}$$

Volumen (V): $\boxed{V = \pi r^2 g}$

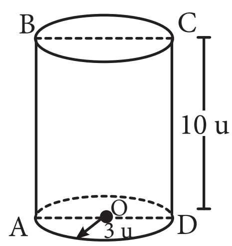
Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el volumen del prisma recto mostrado:



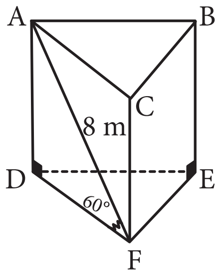
2. Calcula el volumen del cilindro circular recto.



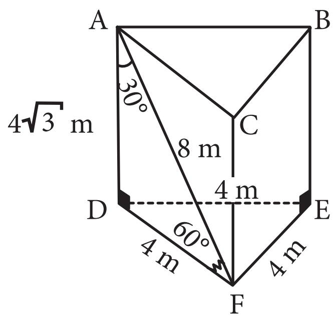
3. Calcula el área de la superficie lateral de un prisma recto cuya base es un cuadrado de 4 cm de lado y una altura de 6 cm de longitud.

PUCP

4. Calcula el área de la superficie lateral en el prisma triangular regular recto mostrado.



Resolución:



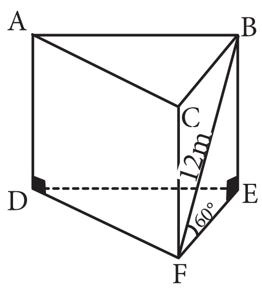
Piden A_{SL}

$A_{SL} = (2p_{base}).a_L$

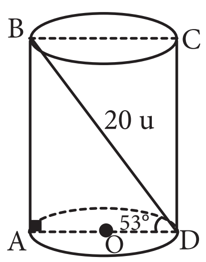
$A_{SL} = 12 \times 4\sqrt{3}$

$$\boxed{A_{SL} = 48\sqrt{3}\ m^2}$$

5. Calcula el área de la superficie lateral en el prisma triangular regular recto mostrado.



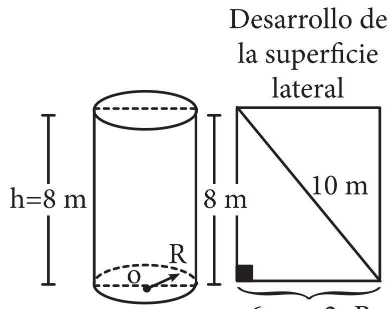
6. Calcula el área de la superficie total del cilindro circular recto mostrado.



7. Calcula el volumen de un cilindro circular recto, si la circunferencia de la base mide 8πm y la longitud de la generatriz es numéricamente igual a la longitud del diámetro de la base.

UNMSM

8. Calcula el volumen de un cilindro de revolución cuya altura mide 8 m y el desarrollo a su superficie lateral en un rectángulo cuya diagonal mide 10 m.



$6\ m = 2\pi R$

$\frac{3}{\pi} = R$

Piden volumen (V)

$V = \pi R^2 h$

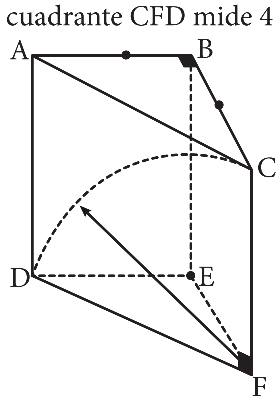
$V = \left(\frac{3}{\pi}\right)^2 \bullet 8$

$V = \cancel{\pi} \frac{9}{\cancel{\pi^2}} \bullet 8$

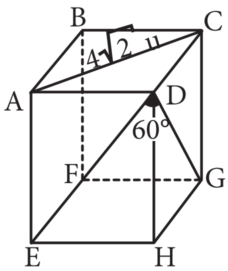
$$\boxed{V = \frac{72}{\pi}\ m^3}$$

9. Calcula el volumen de un cilindro de revolución cuya altura mide 5 m y el desarrollo de su superficie lateral es un rectángulo cuya diagonal mide 13 m.

10. Calcula el volumen del prisma recto mostrado, si el radio del cuadrante CFD mide 4 u.

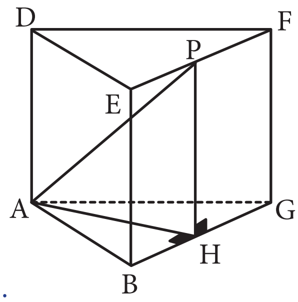


11. Calcula el volumen del prisma cuadrangular regular mostrado.

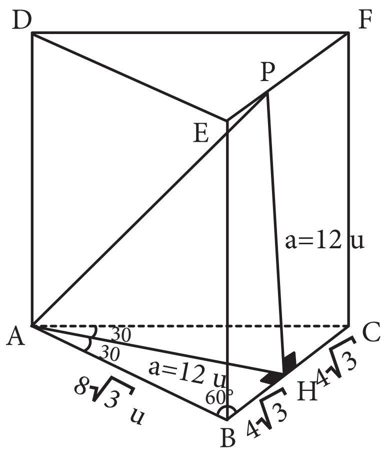


UNI

12. Calcula el volumen del prisma triangular regular mostrado si su arista lateral es igual a la longitud de la altura de la base y el área del triángulo AHP es 72 u^2.



Resolución:



Piden volumen (V)

Dato:

$A_{\Delta AHD} = 72$

$\frac{a.a}{2} = 72$

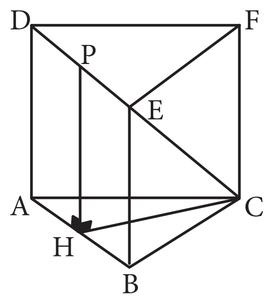
$a = 12$ u

$V = \frac{(8\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} \times 12$

$V = 64 \times 3 \times \sqrt{3} \times 3$

$\boxed{V = 576\sqrt{3}\ u^3}$

13. Calcula el volumen del prisma triangular mostrado si la medida de su arista lateral es igual a la longitud de la altura de la base, y el área del triángulo CPH es 18 u^2.



14. Calcula el volumen del prisma hexagonal regular mostrado.