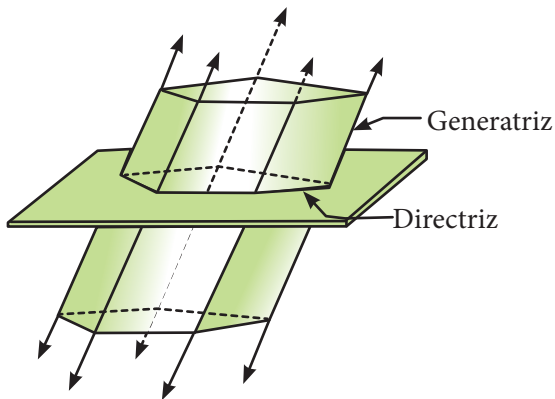




PRISMA Y CILINDRO

Superficie Prismática cerrada



Definición

Es aquel poliedro determinado por una superficie prismática cerrada y dos planos paralelos entre sí y secantes a todas las generatrices.

Características

El prisma tiene dos caras paralelas y congruentes a las cuales se les denomina bases y las otras caras son regiones paralelogramáticas y estas son denominadas caras laterales.

Toda arista contenida en alguna base del prisma es denominada arista básica y el lado común a dos caras laterales se denomina arista lateral, todas las aristas laterales son paralelas y de igual longitud.

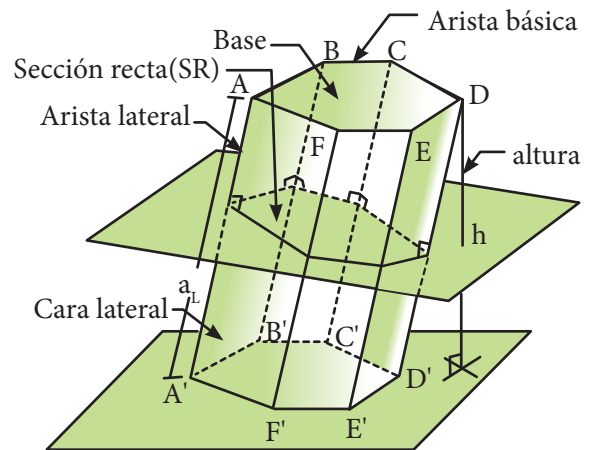
Los prismas se nombran según el número de lados que tiene la base, por ejemplo: si tiene siete lados, se le denomina prisma heptagonal.

Sección Transversal

Es la sección plana determinada en el prisma por un plano paralelo a su base.

Sección Recta

Es la sección determinada en el prisma por un plano perpendicular y secante a todas sus aristas laterales.



Notación: Prisma hexagonal

ABCDEF - A'B'C'D'E'F'

- Área de la superficie lateral (A_{SL})

$A_{SL} =$ suma de áreas de las caras laterales

$$A_{SL} = (2P_{SR}) a_L$$

$2P_{SR}$: Perímetro de la sección recta

- Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = A_{SL} + 2(A_{base})$$

A_{base} : área de la base

- Volumen (V)

$$V = (A_{base}) h$$

h: longitud de la altura

$$V = (A_{SR}) a_L$$

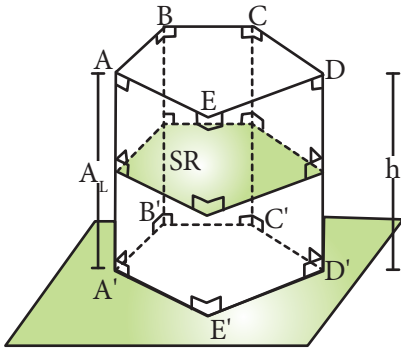
A_{SR} : área de la sección recta

a_L : longitud de la arista lateral

Clasificación

Prisma Recto

Es aquel prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases.



En el gráfico, se tiene el prisma pentagonal recto ABCD – A'B'C'D'E'. Se cumple:

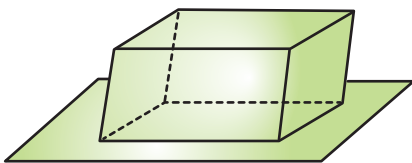
$$\therefore a_L = h \quad A_{SR} = A_{base}$$

Prisma Regular

Es aquel prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.

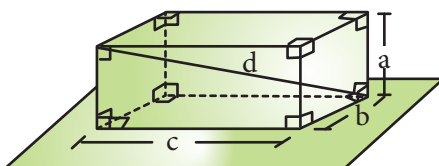
Paralelepípedo

Es aquel prisma cuyas bases son regiones paralelogramáticas.



Paralelepípedo rectangular, rectoedro u ortoedro

Es aquel paralelepípedo cuyas caras son regiones rectangulares.



a, b y c: Dimensiones del paralelepípedo

- Tiene cuatro diagonales, las cuales son concurrentes y de igual longitud.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

- Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = 2(ab + bc + ac)$$

- Volumen (V)

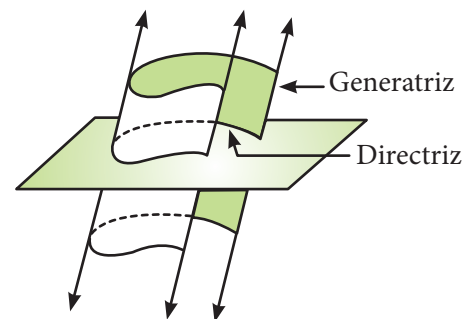
$$V = abc$$

Cilindro

¿Cuál es el método para generar una superficie cilíndrica?

Es el mismo método con el que se genera la superficie prismática, sólo que la directriz es ahora una línea curva plana no secante así misma.

Superficie Cilíndrica Abierta



Definición

Es el sólido limitado por una superficie cilíndrica cerrada y por dos planos paralelos entre si y secantes a todas las generatrices.

Características

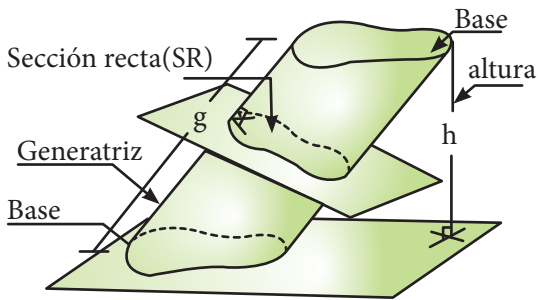
Las secciones determinadas en los planos paralelos se denominan bases, y son congruentes. La porción de superficie cilíndrica comprenda entre dichos planos es la superficie lateral del cilindro; en la cual se ubican segmentos paralelos de igual longitud cuyos extremos están ubicados en el contorno, de sus bases denominados generatrices.

¿Qué es la sección transversal de un cilindro?

Es la sección plana determinada en el cilindro por un plano paralelo a sus bases.

¿Qué es la sección recta de un cilindro?

Es la sección plana determinada en el cilindro por un plano perpendicular y secante a todas sus generatrices.



- Área de la superficie lateral (A_{SL})

$$A_{SL} = (2p_{SR})g$$

- Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = A_{SL} + 2(A_{base})$$

- Volumen (V)

$$V = (A_{base}) h$$

$$V = (A_{SR}) g$$

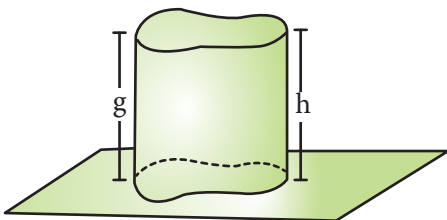
$2p_{RS}$: perímetro de la sección recta

A_{SR} : área de la sección recta

Clasificación

Cilindrico Recto

Es aquel cilindro cuyas generatrices son perpendiculares a sus bases.

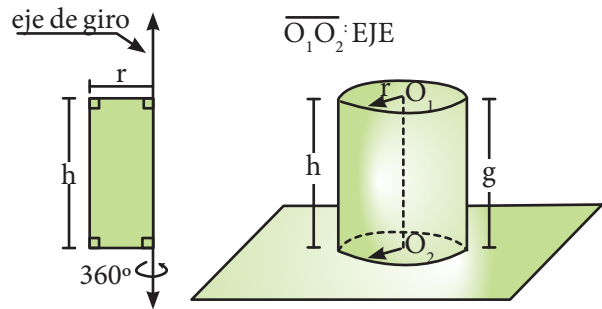


En el gráfico se muestra un cilindro recto; se cumple:

$$h = g \quad A_{SR} = A_{base}$$

Cilindro circular recto

Es aquel cilindro recto cuyas bases son círculos. También es denominado **cilindro de revolución** porque es generado por una región rectangular al girar una vuelta en torno a uno de sus lados.

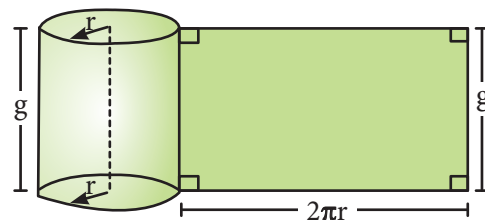


¿Qué es la sección axial de un cilindro de revolución?

Es una sección plana determinada en el cilindro por un plano que contiene a su eje.

¿Qué resulta de desarrollar la superficie lateral de un cilindro de revolución?

Resulta una región rectangular en el cual uno de sus lados tiene igual longitud que la circunferencia de una base y el otro lado es de igual longitud que la generatriz del cilindro.



- Área de la superficie lateral (A_{SL})

$$A_{SL} = 2\pi r g$$

- Área de la superficie total (A_{ST})

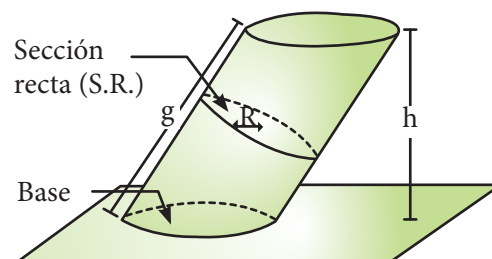
$$A_{ST} = 2\pi r (g + r)$$

- Volumen (V)

$$V = \pi r^2 g$$

Cilindro oblicuo de sección recta circular

Es aquel cilindro oblicuo cuya sección recta es un círculo.



- Área de la superficie lateral (A_{SL})

$$A_{SL} = 2\pi R g$$

R: Radio de la sección recta

- Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = A_{SL} + 2(A_{base})$$

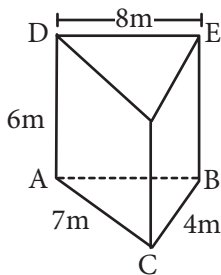
- Volumen (V)

$$V = (A_{base})h \quad V = \pi R^2 g$$

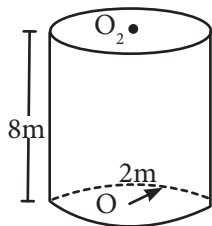
Trabajando en clase

Integral

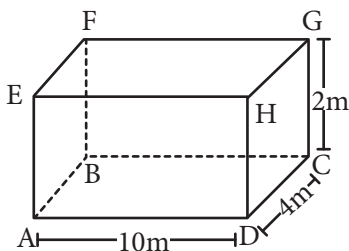
- Calcula el área del prisma recto mostrado.



- Calcula el área total del cilindro circular regular recto mostrado.

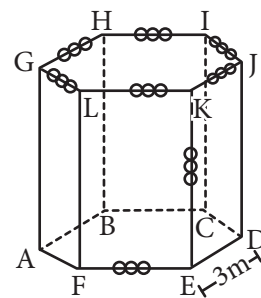


- Calcula la diagonal del rectoedro mostrado.



Católica

- Calcula el volumen del prisma recto mostrado.



Resolución:

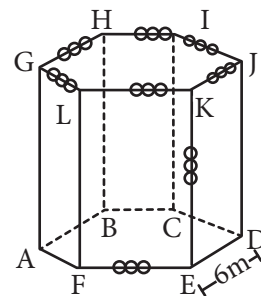
Sabemos que $Vol = A_{(base)} \times h$

$$\Rightarrow A_o = 6 \cdot \left(\frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$$

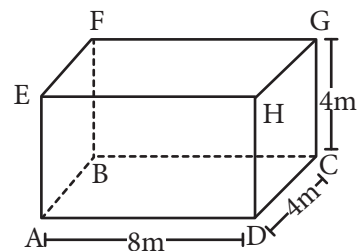
$$\Rightarrow h = 3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow Vol = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} = \frac{81\sqrt{3}}{2} \text{ m}^3$$

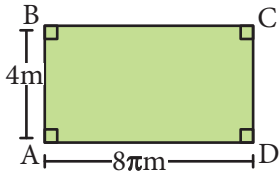
- Calcula el volumen del prisma recto.



- Calcula el área total del paralelepípedo mostrado.



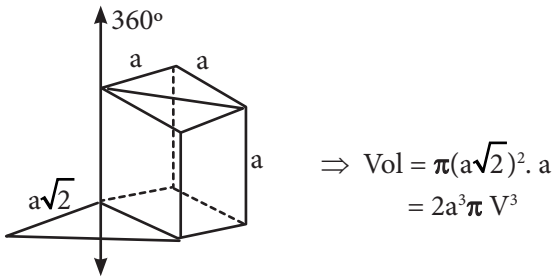
7. Calcula el volumen del cilindro circular recto si lo que se observa es su desarrollo lateral.



UNMSM

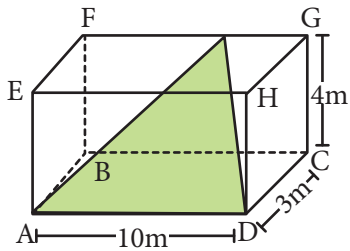
8. Calcula el volumen de un cubo de arista «a» cuando gira 360° alrededor de una de sus aristas.

Resolución:

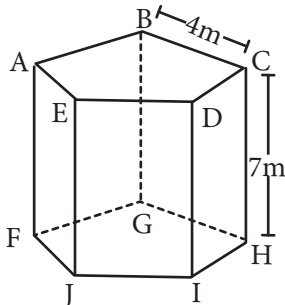


9. Calcula el volumen que genera un cubo cuya arista mide 7 m cuando gira 360° alrededor de una de sus aristas.

10. Calcula el área sombreada en el ortoedro mostrado.



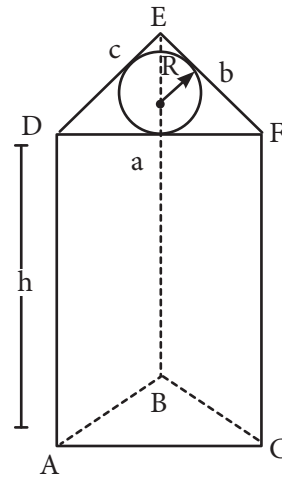
11. Calcula el área lateral del prisma regular recto mostrado.



UNI

12. El volumen y el área lateral de un prisma recto de base triangular son 100 m³ y 400 m² respectivamente. Calcula el radio de la circunferencia inscrita en la base del prisma.

Resolución:



$$\text{Vol} = \left(\frac{a + b + c}{2}\right) \cdot R \cdot h = 100$$

$$A_L = (a + b + c)h = 400$$

$$\Rightarrow \underbrace{(a + b + c) \cdot h}_{400} \cdot \frac{R}{2} = 100$$

$$r = 1/2 \text{ m}$$

13. El volumen y el área lateral de un prisma recto de base triangular son 40 m³ y 300 m² respectivamente. Calcula el radio de la circunferencia inscrita en la base del prisma.

14. La altura de un prisma recto mide 3 m, su base es una región limitada por un rombo de lado 6 m y su ángulo agudo mide 30°. Por un lado de la base se traza un plano inclinado que intersecta al prisma y está inclinado con un ángulo de 60° con respecto a la base. Calcula el área de la sección que resulta en el prisma.