Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA TERCERO

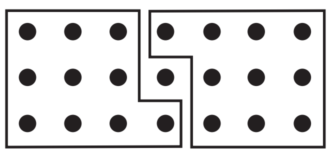
PRINCIPIO DE LA BASE

PRINCIPIO DE LA BASE

- Se denomina base de un sistema de numeración a todo número entero mayor que uno.
- La base también nos indica el número de símbolos (llamados cifras), con que cuenta el sistema para poder formar los numerales en ella.

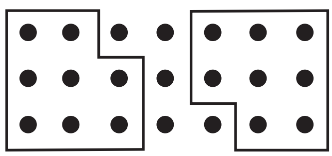
Ejemplo: Representar 21 unidades simples:

Base 10



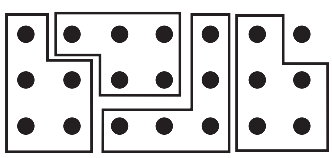
$\therefore$ 21

Base 8



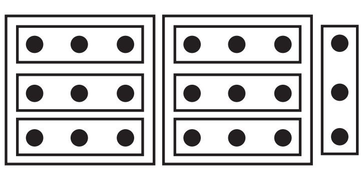
$\therefore 21 = 25_{(8)}$

Base 5



$\therefore 21 = 41_{(5)}$

Base 3



$\therefore 21 = 210_{(3)}$

Luego:

$$21 = 25_{(8)} = 41_{(5)} = 210_{(3)}$$

Principales sistemas de numeración

Base	Nombre	Cifras – Dígitos – Guarismos
2	Binario	0; 1
3	Ternario	0; 1; 2
4	Cuaternario	0; 1; 2; 3
5	Quinario	0; 1; 2; 3; 4
6	Senario	0; 1; 2; 3; 4; 5
7	Heptanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6
8	Octonario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7
9	Nonario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8
10	Décuplo	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9
11	Undecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; (10)
12	Duodedimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; (10); (11)

Por convención, cuando la cifra es mayor que 9 se utilizan letras griegas para su representación:

$$\alpha = 10; \beta\ 11; \gamma = 12; \delta = 13; \ldots$$

Ejemplo:

$$2(10)3(11)_{(13)} = 2\alpha 3\beta_{(13)}$$

Observación

Toda cifra que forma parte de un numeral es un número entero menor que la base. Así, en el sistema de base «n», se pueden utilizar «n» cifras diferentes, las cuales son:

Máxima

↓

$$0; \underbrace{1; 2; 3; 4; \ldots\ldots; (n-1)}_{\text{Significativas}}$$

Conclusión: $\boxed{\text{Cifra} < \text{Base}}$

Descomposición polinómica de un numeral

La descomposición polinómica nos permite encontrar el equivalente en el sistema decimal.

- $42 = 10^1 + 2 = 12$
- $278_{(9)} = 2.9^2 + 7.9^1 + 8 = 233$
- $4232_{(5)} = 4.5^3 + 2.5^2 + 3.5^1 + 2 = 567$
- $27\,364_{(x)} = 2x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 6x^1 + 4$

Observación:

Descomposición polinómica por bloques:

$\overline{abcdef}_{(n)} = \overline{ab}_{(n)}.n^4 + \overline{cd}_{(n)}.n^2 + \overline{ef}_{(n)}$

$\overline{abcdef}_{(n)} = \overline{abc}_{(n)}.n^3 + \overline{def}_{(n)}$

Cambio de bases:

- **Caso 1**: de base «n» a base 10.
  Procedimiento: Descomposición polinómica
  Ejemplo:
  ❖ $876_{(9)} = \underbrace{8.9^2}_{648} + \underbrace{7.9}_{63} + 6 = 717$

  También se puede utilizar el método de Ruffini

	8	7	6
	↓	72	711
9	8	79	717

  717 → número en el sistema decimal

- **Caso 2:** de base 10 a base «n»
  Procedimiento: Divisiones sucesivas
  Ejemplo:
  Representar 867 en el sistema octonario

$$\begin{array}{r|l} 867 & 8 \\ 3 & 108 \;|\; 8 \\ & \;\; 4 \quad 13 \;|\; 8 \\ & \qquad\quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$\therefore\ 867 = 1543_{(8)}$

Propiedades adicionales

A. Numeral expresado en bases sucesivas

$$\begin{array}{l} \overline{1a} \\ \quad \overline{1b} \\ \qquad \overline{1c} \\ \qquad \vdots \\ \qquad \overline{1x}_{(n)} \end{array} = a + b + c + \dots\dots\dots + x + n$$

B. Numeral formado solo por cifras máximas

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)(n-1)\ \dots\ (n-1)}_n}_{\text{«k» cifras}} = n^k - 1$$

Trabajando en clase

Integral

1. Si los siguientes numerales:
   $\overline{3a3}_{(4)}; \overline{bb}_{(c)}; \overline{2c}_{(a)}$
   Están bien representados, calcular a + b + c.

2. Calcula a + b + c, si se cumple:
   $\overline{abc}_{(7)} = 246(8)$

3. Sabiendo que: a, b, c y d son cifras significativas y diferentes entre sí, calcula m + n + p; sabiendo que:
   $\overline{abcd}_{(5)} + \overline{abc}_{(4)} + \overline{ab}_{(3)} + \overline{a}_{(2)} = \overline{nmp}$

PUCP

4. Pablito cuenta las manzanas y naranjas que tiene y dice: tengo 27 manzanas, 35 naranjas, si el total de frutas es 63. ¿Qué sistema de numeración usó Pablito?
   Resolución:
   $27_n + 35_n = 63_n$
   Descomponiendo:
   $2n + 7 + 3n + 5 = 6.n + 3$
   $9 = n$
   ∴ nonario

5. En qué sistema de numeración se efectuó la siguiente operación:
   34 + 15 = 53

6. Dada la igualdad: $\overline{(a-2)(b+1)(c-2)}_{(8)} = 256_{(9)}$.
   Expresa a.b.c en base 4.

7. Calcula «a + b + c + d + e + n, si se cumple:
   $211_{(3)} = \overline{abcde}_{(n)}$

UNMSM

8. Calcula n en:
$$\begin{array}{l} 13 \\ \quad 17 \\ \qquad 13 \\ \qquad\quad 14_{(n)} = 20 \end{array}$$

Resolución
Aplicamos la propiedad:
$n + (3 + 7 + 3 + 4) = 20$
$\therefore\ n = 3$

9. Calcula n en:

13
$\quad 17$
$\qquad 13$
$\qquad\quad 14_{(n)} = 20$

10. Si: $N = 2 \times 8^5 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8 + 5$. ¿Cómo se escribe el número N en base 8?

11. Un número se escribe en el sistema binario como 101 010, ¿en qué base se representará como 132?

UNI

12. $\overline{ERYKA}_{(S)} = 5059(6)$
Hallar: $E + R + Y + K + A + S$
Resolución:
$S < 6$
Para obtener 5 cifras: $S = 5$
Entonces:

$$\begin{array}{c|cccc} & 5 & 0 & 5 & 9 \\ & \downarrow & 30 & 180 & 1110 \\ \hline 6 & 5 & 30 & 185 & \boxed{1119} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1119 \,\underline{|\,5} \\ \ \ \overline{4} \quad 223 \,\underline{|\,5} \\ \qquad\quad \overline{3} \quad 44 \,\underline{|\,5} \\ \qquad\qquad\quad \overline{4} \quad 8 \,\underline{|\,5} \\ \qquad\qquad\qquad\ \overline{3} \quad 1 \end{array}$$

$\therefore\ 1 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5 = 20$

13. Se sabe que:
$$\overline{UNMSM} = 9275(11)$$
Calcula $U + N + M + S$

14. Calcula n.
$$455_{(n)} = 354_{(n+1)}$$

15. Si:
$$\overline{(k-1)(k-1)(k-1)(k-1)(k-1)}_{\,k} = 31$$
Calcula $k + k^2 + k^3$