



PRINCIPALES PRODUCTOS NOTABLES

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de ciertas multiplicaciones de polinomios de forma conocida. Estos resultados se pueden determinar directamente sin necesidad de efectuar la propiedad distributiva de la multiplicación.

Ejemplo:

$$(x+3)(x+5) = \underbrace{x^2 + 8x + 15}_{\text{Producto notable}}$$

PRINCIPALES PRODUCTOS NOTABLES

1. Trinomio cuadrado perfecto

$$(a \pm b)^2 = (a)^2 \pm 2(a)(b) + (b)^2$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond (2x+3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x) \cdot (3y) + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (2m-5n)^2 &= (2m)^2 - 2(2m)(5n) + (5n)^2 \\ &= 4m^2 - 20mn + 25n^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (x+3)^2 &= (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (n-5)^2 &= (n)^2 - 2(n)(5) + (5)^2 \\ &= n^2 - 10n + 25 \end{aligned}$$

2. Identidades de Legendre

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4(a)(b)$$

$$(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond (x+5)^2 + (x-5)^2 &= 2(x^2 + 5^2) \\ (x+5)^2 + (x-5)^2 &= 2(x^2 + 25) \end{aligned}$$

$$\diamond (x+3)^2 - (x-3)^2 = 4(x)(3)$$

$$(x+3)^2 - (x-3)^2 = 12x$$

$$\diamond (5m+2n)^2 + (5m-2n)^2 = 2((5m)^2 + (2n)^2)$$

$$(5m+2n)^2 + (5m-2n)^2 = 2(25m^2 + 4n^2)$$

$$\diamond (3x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = 4(3x)(2y)$$

$$(3x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = 24xy$$

3. Diferencia de cuadrados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond (3x+2y)(3x-2y) &= (3x)^2 - (2y)^2 \\ (3x+2y)(3x-2y) &= 9x^2 - 4y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (x+3)(x-3) &= (x)^2 - (3)^2 \\ &= x^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (2x^2+3y^3)(2x^2-3y^3) &= (2x^2)^2 - (3y^3)^2 \\ &= 4x^4 - 9y^6 \end{aligned}$$

4. Multiplicación de dos binomios con un término en común (Regla de Steven)

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond (x+5)(x+3) &= x^2 + (5+3)x + (5)(3) \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (x-7)(x+3) &= x^2 + (-7+3)x + (-7)(3) \\ &= x^2 - 4x - 21 \end{aligned}$$

TRABAJANDO EN CLASE

1. Indica V o F según corresponda.

❖ $(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 9y^2$
()

❖ $(2m - n)^2 = 4m^2 - n^2$
()

❖ $(4m + 3n)^2 = 4m^2 + 24mn + 9n^2$
()

2. Desarrolla:

$$A = (5m^2 + 3n^2)^2$$

3. Desarrolla:

$$J = (\sqrt{13} - \sqrt{5})^2$$

4. Efectúa:

$$P = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) + (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$

Resolución:

Como podemos observar tanto en el numerador como denominador se puede utilizar: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

❖ $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$

❖ $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3})^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2$

❖ $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$

Luego:

$$P = \frac{4+2}{1} = 6$$

$$\therefore P = 6$$

5. Efectúa:

$$R = \frac{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2) + (\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$

6. Si $(x+y)^2 = 36 \wedge xy = 8$.

Calcula: " $x^2 + y^2$ ".

7. Reduce:

$$R = \frac{(3x+4y)^2 - (3x-4y)^2}{xy}$$

8. Si $a+b = 7 \wedge ab = 3$.

Calcula " $a^2 + b^2$ ".

Resolución:

Partimos de $(a+b)^2$

$$\underbrace{(a+b)}_7^2 = a^2 + 2\underbrace{ab}_3 + b^2$$

Se tiene:

$$7^2 = a^2 + 2(3) + b^2$$

$$49 - 6 = a^2 + b^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 43$$

9. Si $a+b = 3 \wedge a^2 + b^2 = 7$.

Calcula " ab ".

10. Si $x + \frac{1}{x} = 5$, calcula " $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ".

11. Si $x - y = 2 \wedge xy = 3$.

Calcula: " $x + y$ ".

12. Si $(x^2 + y^2) \cdot x^{-1} \cdot y^{-1} = 2$.

Calcula el valor de:

$$E = \frac{x^2 + xy + y^2}{(x+y)^2}$$

Resolución:

Partimos del dato:

$$\Rightarrow (x^2 + y^2) \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2xy$$

$$\Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 - 2xy}_0 = 0$$

$$\underbrace{(x-y)}_0^2 = 0 \Rightarrow x - y = 0$$

$$\Rightarrow x = y$$

En el problema:

$$E = \frac{x^2 + x \cdot x + x^2}{(x+y)^2}$$

$$E = \frac{x^2 + x^2 + x^2}{(2x)^2} = \frac{3\cancel{x^2}}{4\cancel{x^2}} \Rightarrow E = \frac{3}{4}$$

13. Si $(x^2 + y^2) \cdot x^{-1} \cdot y^{-1} = 2$.

Halla el valor de:

$$R = \frac{3xy + 2x^2}{(x+y)^3}$$

14. Halla el valor de:

$$V = \sqrt[8]{8 \cdot (3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) + 1}$$